

SÉRIE A, N° 3.195.

N° D'ORDRE: 4.067.

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

François GAUME

- 1° THÈSE. — « Bobines sans fer pour la production de champs magnétiques permanents très intenses. Calcul et réalisation. »
- 2° THÈSE. — Variation thermique de l'effet Faraday de l'oxygène. Influence de la dilution dans l'azote.

Soutenues le 1<sup>er</sup> juin 1956 devant la Commission d'examen.

MM. KASTLER  
JACQUINOT  
MATHIEU

*Président.*

} *Examineurs*





Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41555825\\_0042](https://archive.org/details/IA41555825_0042)



SÉRIE A, N° 3.195.

N° D'ORDRE: 4.067.

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

François GAUME

- 1<sup>e</sup> THÈSE. — « Bobines sans fer pour la production de champs magnétiques permanents très intenses. Calcul et réalisation. »
- 2<sup>e</sup> THÈSE. — Variation thermique de l'effet Faraday de l'oxygène. Influence de la dilution dans l'azote.

Soutenues le 1<sup>er</sup> juin 1956 devant la Commission d'examen.

MM. KASTLER

*Président.*

JACQUINOT

MATHIEU

} *Examineurs.*



# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen ..... J. PERES

## PROFESSEURS

|                  |   |                                                   |                |   |                                             |
|------------------|---|---------------------------------------------------|----------------|---|---------------------------------------------|
| G. JULIA         | T | Analyse supérieure et Algèbre supérieure.         | EICHHORN       | T | Biologie végétale (P. C. B.).               |
| FOCH             | T | Mécanique physique et expérimentale.              | DE CUGNAC      | T | Biologie végétale (P. C. B.).               |
| PAUTHENIER       | T | Electrotechnique générale.                        | Mlle CAUCHOIS  | T | Chimie physique.                            |
| DE BROGLIE       | T | Théories physiques.                               | THELLIER       | T | Physique du Globe.                          |
| JOB              | T | Chimie générale.                                  | AUDUBERT       | T | Electrochimie.                              |
| PRENANT          | T | Anatomie et Histologie comparée.                  | L'HERITIER     | T | Génétique.                                  |
| GARNIER          | T | Géométrie supérieure.                             | GRIVET         | T | Radioélectrité.                             |
| PERES            | T | Mécanique des fluides et applications.            | PONCIN         | T | Mécanique des fluides.                      |
| LAUGIER          | T | Physiologie générale.                             | DUBREIL        | T | Arithmétique et théories des nombres.       |
| M. CURIE         | T | Physique (S.P.C.N.).                              | QUELET         | T | Chimie organique.                           |
| BARRABE          | T | Géologie structurale et Géologie appliquée.       | CAGNIARD       | T | Géophysique appliquée.                      |
| G. DARMOIS       | T | Calcul des probabilités et Physique mathématique. | CHAMPETIER     | T | Chimie macromoléculaire.                    |
| J. BOURCART      | T | Géographie physique et Géologie dynamique         | CUVILLIER      | T | Géologie structurale et Géologie appliquée. |
| Mme JOLIOT-CURIE | T | Physique nucléaire et Radio-activité.             | JUNG           | T | Pétrographie.                               |
| PLANTEFOL        | T | Botanique.                                        | TRILLAT        | T | Microscopie et diffraction électronique.    |
| CABANNES         | T | Recherches physiques.                             | WIEMANN        | T | Chimie organique et structurale.            |
| GRASSE           | T | Evolution des êtres organisés.                    | JACQUINOT      | T | Spectroscopie et Physique céleste.          |
| PREVOST          | T | Chimie organique.                                 | VASSY          | T | Physique de l'atmosphère.                   |
| BOULIGAND        | T | Applications de l'analyse à la Géométrie.         | DESTOUCHES     | T | Théories physiques.                         |
| CHAUDRON         | T | Chimie appliquée.                                 | PRUVOST        | T | Géologie.                                   |
| WYART            | T | Minéralogie.                                      | AMIEL          | T | Chimie générale (P.C.B.).                   |
| TEISSIER         | T | Zoologie.                                         | HOCART         | T | Minéralogie.                                |
| MANGENOT         | T | Biologie végétale.                                | J. P. MATHIEU  | T | Physique (P. C. B.).                        |
| P. AUGER         | T | Physique quantique et Relativité.                 | COUTEAUX       | T | Biologie animale (P. C. B.).                |
| MONNIER          | T | Physiologie des fonctions.                        | MAY            | T | Biologie animale (P. C. B.).                |
| PIVETEAU         | T | Géologie                                          | CHOQUET        | T | Calc. différ. et Integral.                  |
| ROCARD           | T | Physique (E. N. S.).                              | FELDMANN       | T | Biologie (P. C. B.).                        |
| H. CARTAN        | T | Mathématiques (E. N. S.).                         | GUINIER        | T | Physique générale (P.C.B.).                 |
| LAFFITTE         | T | Chimie générale.                                  | JOST           | T | Physiologie comparée.                       |
| FAVARD           | T | Mécanique générale.                               | FORTET         | T | Calcul des probabilités.                    |
| COULOMB          | T | Physique du Globe.                                | SCHWARTZ       | T | Méthodes mathématiques de la physique.      |
| Mlle COUSIN      | T | Biologie animale (S.P.C.N.).                      | CHOUARD        | T | Physiologie végétale.                       |
| CHRETIEN         | T | Chimie minérale.                                  | MALAVARD       | T | Aviation.                                   |
| P. DRACH         | T | Zoologie.                                         | BRELOT         | T | Calcul différentiel.                        |
| KASTLER          | T | Physique.                                         | NORMANT        | T | Chimie organique.                           |
| EPHRUSSI         | T | Génétique.                                        | BENARD         | T | Chimie (P. C. B.).                          |
| WURMSER          | T | Biologie physico-chimique.                        | BUVAT          | T | Botanique (E. N. S.).                       |
| RIVIERE          | T | Géologie (S. P. C. N.).                           | DUGUE          | T | Statistiques mathématiques.                 |
| GAUTHERET        | T | Biologie végétale (P. C. B.).                     | GELOSO         | T | Chimie (S. P. C. N.).                       |
| LUCAS            | T | Recherches physiques.                             | SOULAIRAC      | T | Psychophysiologie.                          |
| A. THOMAS        | T | Biologie cellulaire.                              | ULRICH         | T | Physiologie végétale.                       |
| ARNULF           | T | Optique appliquée.                                | MARECHAL       | T | Optique théorique et appliquée.             |
| M. MORAND        | T | Enseignement de Physique.                         | KIRRMANN       | T | Théories chimiques.                         |
| SOLEILLET        | T | Physique.                                         | CHADEFAUD      | T | Botanique.                                  |
| FORTIER          | T | Mécanique expérimentale des fluides.              | DESTRIAU       | T | Physique (M. P. C.).                        |
| DANJON           | T | Astronomie.                                       | Mlle LE BRETON | T | Physiologie générale.                       |
| LAPORTE          | T | Physique générale et radioactivité.               | SALEM          | T | Mathématiques générales.                    |
| JANET            | T | Mécanique analytique et Mécanique céleste.        | LELONG         | T | Mathématiques générales.                    |
| PETIT            | T | Biologie maritime.                                | DEVILLERS      | T | Anatomie et histologie comparées.           |
| QUENEY           | T | Météorologie et dynamique atmosphérique.          | EHRESMANN      | T | Topologie algébrique.                       |
| GALLIEN          | T | Embryologie.                                      | FRANÇON        | T | Physique (S.P.C.N.).                        |
|                  |   |                                                   | GLANGEAUD      | T | Géographie physique et Géologie dynamique.  |
|                  |   |                                                   | GODEMENT       | T | Mathématiques (M. P. C.).                   |
|                  |   |                                                   | PISOT          | T | Calcul des probabilités.                    |
|                  |   |                                                   | ROCH (E.)      | T | Géologie.                                   |
|                  |   |                                                   | SCHATZMANN     | T | Astrophysique.                              |
|                  |   |                                                   | TERMIER        | T | Paléontologie stratigraphique.              |
|                  |   |                                                   | ZAMANSKY       | T | Mathématiques générales.                    |

Secrétaire Général ..... C. MONIER

*A la mémoire de ma Mère*

*A la mémoire de mon  
vénéré Maître, le Professeur  
Aimé COTTON, Membre de l'Institut*

Ce travail est dédié à la mémoire de M. le Professeur A. COTTON, Membre de l'Institut, qui a dirigé ces recherches à leur début avec la plus grande bienveillance. Ses conseils et ses encouragements furent pour moi un appui inestimable et m'ont permis de surmonter bien des difficultés matérielles.

M. le Professeur JACQUINOT a bien voulu continuer à m'accorder l'hospitalité au Laboratoire A. Cotton dont il était devenu le nouveau Directeur. Je lui en suis très reconnaissant.

Je remercie vivement MM. les Professeurs CABANNES, PAUTHENIER, KASTLER, MATHIEU, NÉEL, SERVANT, MM. GUILLAUD, Directeur de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique, LAINÉ, Directeur de la Station Expérimentale du Froid, pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail, et particulièrement MM. les Membres du Jury pour la tâche qu'ils ont assumée. Je suis très reconnaissant à M. B. TSAI, Maître de Recherches au C. N. R. S., pour ses conseils éclairés, donnés avec la plus grande amabilité.

Ces recherches ont été partiellement effectuées grâce à l'appui du Centre National de la Recherche Scientifique, auquel j'adresse l'expression de ma vive gratitude.

Enfin, je remercie tout particulièrement M. le Directeur Général et M. le Directeur Adjoint des Laboratoires de Bellevue ainsi que les différents Services qui m'ont accordé leur concours en maintes occasions. Les bobines décrites ont été construites au Laboratoire A. Cotton, grâce à l'aide dévouée et compétente des Mécaniciens du Laboratoire. Je leur en suis vivement reconnaissant.

## NOTATIONS UTILISÉES

### *Calcul des enroulements*

Coordonnées : l'enroulement est de révolution. L'origine O est prise au centre de symétrie. L'axe Ox est l'axe de révolution. Oy est perpendiculaire à Ox.

$x$  = abscisse du plan contenant une spire. Sur le canal cylindrique de la bobine,  $x$  est compris entre  $-x_1$  et  $+x_1$ . La longueur du canal de la bobine est  $2x_1$ . La valeur maxima de  $x$  est  $x_2$ . La longueur totale de l'enroulement est  $2x_2$ . Pour les bobines à gorge rectangulaire,  $x_1 = x_2$ .

$y$  = rayon d'une spire.

$y_1$  = rayon intérieur de la bobine ou de la couche épaisse.

$y_2$  = rayon extérieur.

$\eta$  = coefficient de foisonnement (rapport entre le volume total d'une portion de l'enroulement — métal conducteur, orifices de refroidissement, couches isolantes — et le volume du métal conducteur seul contenu dans cette portion).

$\lambda = \frac{1}{\eta}$  = coefficient de remplissage. On a toujours

$$\lambda < 1 \text{ et } \eta > 1.$$

$H_0$  = champ magnétique produit par l'enroulement au point O.

$H_A$  = champ magnétique produit au point A, d'abscisse  $a$ , situé sur l'axe.

$U_2 - U_1$  = différence de potentiel magnétique entre deux points  $A_1$  et  $A_2$ , d'abscisses  $a_1$  et  $a_2$ , situés sur l'axe.

$I$  = intensité du courant dans une spire déterminée (en ampères).

$i = \frac{I}{S}$  = densité de courant (en A/cm<sup>2</sup>).

$V$  = chute de tension le long d'une spire (en volts).

$W$  = puissance consommée dans l'enroulement (en watts ou en kilowatts).

$\delta$  = masse spécifique du métal.

### *Refroidissement des enroulements*

#### *Conducteurs tubulaires*

$2a_1$  = diamètre intérieur.

$2a_2$  = diamètre extérieur (cas de la section extérieure circulaire).

$2b_1$  = côté du carré (cas de la section extérieure carrée).

$\mu$  = masse spécifique du fluide qui sert au refroidissement.

$C$  = chaleur spécifique de ce fluide.

$t, \theta$  = température.

$\theta_0$  = température moyenne du fluide, dans un plan de section droite du conducteur tubulaire.

$\theta_1$  = température dans le métal, au contact du fluide.

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\theta_2$ | = température dans le métal, au contact de l'isolant, dans cette même section droite du conducteur.                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| $\kappa$   | = coefficient de conductibilité thermique du métal, en watts par centimètre carré pour un gradient de température d'un degré par centimètre. Dans une publication antérieure <sup>(1)</sup> , nous avons désigné par $\chi$ ce même coefficient exprimé en calories par seconde et par centimètre carré pour un gradient de température d'un degré par centimètre. Donc $\kappa = J\chi$ . |
| $J$        | = équivalent mécanique de la calorie.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| $\rho$     | = résistivité du métal. Pour le cuivre à la température d'environ 75°C, nous avons admis $\rho = 2,1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ .                                                                                                                                                                                                                                              |

|     |                                            |
|-----|--------------------------------------------|
| $U$ | = débit du fluide (en litres par seconde). |
| $P$ | = perte de charge (en $\text{kg/cm}^2$ ).  |

#### Disques percés de trous

|        |                                                         |
|--------|---------------------------------------------------------|
| $2a_1$ | = diamètre d'un orifice.                                |
| $b$    | = distance entre les axes de deux orifices consécutifs. |

#### Conducteurs immergés

|          |                                                                                                                                                                            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $e_1$    | = épaisseur des bandes ou des fils isolants qui séparent les surfaces refroidies.                                                                                          |
| $e_2$    | = épaisseur des couches isolantes continues (faces non refroidies).                                                                                                        |
| $\gamma$ | = rapport entre la surface effectivement refroidie et la surface totale en contact avec le fluide ou avec les cales ou les fils isolants entre lesquels circule le fluide. |

## INTRODUCTION

### BUT DE CE TRAVAIL

De nombreuses recherches de physique moderne (physique nucléaire, magnétisme, magnéto-optique, très basses températures, etc.) nécessitent l'utilisation de champs magnétiques très intenses, maintenus constants pendant toute la durée des expériences, ou réglés à volonté.

Si le champ nécessaire est d'intensité modérée, on emploie couramment des électro-aimants avec circuit magnétique en fer, ou dans certains cas de grands aimants permanents [1]. Avec certains grands électro-aimants, on parvient à obtenir des champs de l'ordre de 45 000 à 55 000 oersteds ( $3,6$  à  $4,4 \times 10^6$  ampères-tours par mètre) dans un volume de quelques centimètres cubes [2, 3].

Pour obtenir des champs constants plus intenses, on doit actuellement faire appel à des bobines supplémentaires utilisées avec un grand électro-aimant, ou à des bobines sans fer énergiquement refroidies et parcourues par des courants permanents très intenses. Aussi ces bobines sont-elles, malgré leurs inconvénients, de plus en plus employées dans les laboratoires. Plusieurs publications importantes décrivent les réalisations de différents chercheurs. Chacune d'elles traite un problème déterminé.

Il nous a donc semblé utile de classer, de préciser et de compléter nos connaissances dans ce domaine, en faisant une étude systématique de la question, et en établissant des formules générales, des abaques et des tableaux numériques <sup>(2)</sup>. On espère ainsi faciliter le choix, le calcul et la réalisation, dans chaque cas particulier, du type d'enroulement le mieux adapté au but à atteindre. De ce fait, les travaux

antérieurement effectués sur cette question, au lieu d'être rappelés dès le début, sont cités brièvement à leurs places logiques au cours du développement.

La délimitation précise du problème envisagé ici nécessite de signaler d'abord sommairement les avantages, les inconvénients des bobines sans fer, les différentes formes possibles avec leurs principaux usages, les différents modes d'alimentation.

### AVANTAGES DES BOBINES SANS FER

Les avantages des bobines sans fer sont nombreux :

— Elles peuvent, en cas de nécessité, présenter une grande longueur et produire assez économiquement une très grande différence de potentiel magnétique.

— Les extrémités de la bobine sont dégagées. On peut donc facilement observer le canal suivant son axe et y placer un appareil long.

— Les bobines supplémentaires utilisées avec les grands électro-aimants et les bobines sans fer alimentées en courant continu fournissent actuellement, moyennant une grosse consommation d'énergie, les champs magnétiques constants les plus intenses réalisables au laboratoire.

— Grâce à leur constante de temps plus faible

(2) Pour des raisons matérielles, en vue de l'impression, le texte initial a dû être fortement raccourci. De nombreux développements et tableaux numériques ont été supprimés. Sous cette forme condensée, le travail perd un peu son caractère d'étude systématique d'une question. Toutefois, il est possible de se procurer le complément en s'adressant à l'auteur, Faculté des Sciences de Lyon, 18, quai Claude-Bernard, Lyon-7°. On peut également obtenir des microfilms de ce texte complémentaire au Centre National de la Recherche Scientifique (Centre de Documentation), 13, quai Anatole-France, Paris-7°.

(1) *J. Rech. C.N.R.S.*, 1947, 1, 137.

que celle des électro-aimants avec fer, les bobines sans fer peuvent aussi être utilisées en régime variable (tension alternative, décharge d'un condensateur, méthode Kapitza), et fournissent des champs encore beaucoup plus intenses pendant des temps très courts.

— Le champ magnétique obtenu étant rigoureusement proportionnel à l'intensité, il peut être facilement connu, l'étalonnage étant extrêmement simplifié. Lors de l'inversion du sens du courant, il ne dépend d'aucun phénomène d'hystérésis.

— En raison de l'absence de toute aimantation rémanente, la suppression totale du champ est plus facile et plus rapide que dans un électro-aimant avec fer, qu'il faut soumettre à un faible courant inverse déterminé avec précision pour annuler exactement le champ dans l'entrefer. Cet avantage est particulièrement important pour l'obtention des très basses températures par désaimantation adiabatique, et pour beaucoup d'autres applications.

— Les bobines sont moins lourdes et moins encombrantes que les grands électro-aimants. Toutefois, cet avantage n'est pas toujours très sensible lorsqu'on considère l'ensemble de l'installation, en raison des groupes redresseurs ou convertisseurs à grande puissance qui sont nécessaires pour l'alimentation des bobines.

— La légèreté relative des bobines peut être mise à profit. Par exemple, si l'on doit déplacer par rapport à la zone où s'exerce le champ magnétique un dispositif expérimental fragile, encombrant ou sujet à des dérèglages, il peut être commode de déplacer la bobine au lieu du dispositif. Cela nécessite, bien entendu, une alimentation en liquide réfrigérant par tubes souples et une alimentation électrique par gros câbles flexibles. Cette particularité des bobines a été utilisée notamment à Oxford dans l'appareil de 1 000 kW construit par J. M. Daniels [4] au Clarendon Laboratory.

#### INCONVÉNIENTS

Par contre, elles présentent plusieurs inconvénients :

— L'observation transversale est difficile, à moins que l'appareil comprenne deux bobines séparées par un intervalle. On peut aussi utiliser dans ce but de petits miroirs ou de petits prismes à réflexion totale.

— L'intensité du courant doit être stabilisée avec plus de soin que dans les électro-aimants ordinaires, car le champ est toujours proportionnel à l'intensité, tandis qu'il en dépend peu dans l'entrefer des électro-aimants à fer saturé.

— Lorsqu'on désire produire un champ magnétique très intense, des difficultés apparaissent en raison des efforts électromagnétiques qui s'exercent sur les conducteurs. De plus, si le fonctionnement est permanent, la grande puissance consommée (dépassant souvent 1 000 kW) nécessite un refroidissement intense.

#### LES DIFFÉRENTES FORMES DE BOBINES SANS FER OU DE BOBINES SUPPLÉMENTAIRES ET LEURS USAGES

On peut envisager plusieurs méthodes de classification. Nous nous plaçons ici au point de vue de l'utilisation des champs magnétiques, ce qui conduit à considérer d'abord la forme et les dimensions du volume dans lequel le champ magnétique produit est à peu près uniforme.

I. — Le champ obtenu est à peu près uniforme dans un volume assez faible (quelques centimètres cubes par exemple), dont toutes les dimensions sont du même ordre de grandeur.

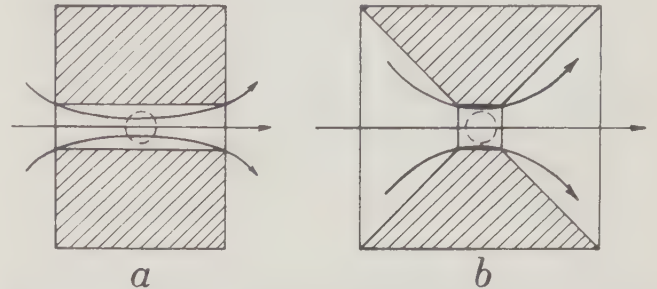


FIG. 1. — Exemples de bobines fournissant un champ magnétique à peu près uniforme dans un volume assez faible, dont toutes les dimensions sont du même ordre de grandeur (coupes longitudinales).

a : gorge rectangulaire; b : gorge trapézoïdale.

En traits pleins : lignes de force du champ. En pointillés : limites du volume dans lequel le champ est sensiblement uniforme.

On obtient généralement de tels champs avec des bobines courtes (fig. 1) dont la longueur est inférieure ou à peu près égale à la dimension transversale maxima (diamètre extérieur de l'ordre de 20 à 80 cm, longueur de 15 à 80 cm).

Si le champ désiré est modéré (par exemple inférieur à 5 000 oersteds, soit  $4 \times 10^5$  ampères-tours par mètre), la réalisation et l'emploi de ces bobines sont simples et ne posent aucun problème sérieux, sauf celui qui concerne la topographie du champ magnétique désiré. Le refroidissement est, soit inutile, soit très facile à obtenir. Ces bobines sont extrêmement utilisées dans les Laboratoires et dans l'Industrie, pour un très grand nombre d'usages.

Si au contraire on a besoin d'un champ magnétique très intense, et si la bobine est alimentée en régime permanent, elle consomme souvent une grande puissance, pouvant atteindre ou dépasser 2 000 kW par exemple, et doit être énergiquement refroidie.

— Ces appareils peuvent être utilisés pour augmenter la précision des mesures lorsqu'on étudie des effets peu notables rigoureusement proportionnels au champ. Par exemple, l'effet Faraday dans les bandes fortes d'absorption, important pour la théorie de ce phénomène, ne peut s'étudier qu'à travers une couche mince. On obtient tout de même une rotation suffisante en augmentant la valeur du champ. L'emploi de polarimètres photoélectriques

permet aussi d'augmenter la sensibilité des mesures.

— L'intérêt d'une augmentation de  $H$  est encore plus important si l'effet envisagé est proportionnel à  $H^2$  (biréfringence magnétique d'une substance absorbante ou présentant une faible constante de Cotton-Mouton, mesure d'une faible susceptibilité magnétique par la méthode de Gouy, ou par la méthode de Quincke).

— Pour les phénomènes dont la variation est une fonction mal connue de  $H$ , de très intéressantes mesures effectuées dans les champs moyens ou intenses fournis par les électro-aimants avec fer pourraient être complétées dans les champs très intenses produits par les bobines sans fer. *Tout un vaste domaine encore inexploré s'offre ainsi aux expérimentateurs.* Par exemple :

Loi d'approche de la saturation dans les substances ferromagnétiques [5], en particulier pour le gadolinium [6] et pour les matériaux « durs ».

Passage du para au ferromagnétisme. Point de Curie dans les champs très intenses.

Magnétostriction des matériaux ferromagnétiques « durs » [7].

Effet Kerr magnéto-optique (rotation du plan de polarisation par réflexion sur la surface polie d'un métal ferromagnétique soumis à un champ magnétique).

Effet Zeeman. Effet Paschen-Back.

Variation de la conductibilité thermique, de la conductibilité électrique ou du pouvoir thermo-électrique en fonction du champ magnétique appliqué. C'est ainsi qu'Alers et Webber [8], grâce à une bobine du type Bitter, ont très largement étendu le domaine étudié sur la magnéto-résistance du bismuth aux basses températures et dans un champ magnétique très intense. A la température constante de  $4,2^\circ \text{K}$ , un champ magnétique de 100 000 oersteds multiplie la résistivité du bismuth par environ  $24 \times 10^6$ .

Les champs magnétiques très intenses ont encore d'autres applications :

En physique nucléaire, les chambres de Wilson utilisent souvent des bobines sans fer. Dans le cas où l'observation des trajectoires s'effectue à l'intérieur même de la couche sensible d'une plaque photographique, l'augmentation de  $H$  permettrait même d'observer la courbure et la fin de la trajectoire de particules électrisées, sinon à l'intérieur même de l'émulsion d'une plaque, du moins entre deux plaques très rapprochées, selon la méthode proposée par C. F. Powell et S. Rosenblum [9].

Mais surtout, les bobines sont particulièrement bien adaptées à l'obtention des très basses températures par désaimantation adiabatique à un ou plusieurs étages. En effet, on peut introduire un vase Dewar assez volumineux pour la commodité des expériences, dans le canal disposé verticalement pour la circonstance. Le champ magnétique peut être annulé rapidement et complètement. Enfin, la consommation élevée de la bobine n'intervient pas beau-

coup dans ce cas, les expériences étant généralement de courte durée.

II. — Le champ magnétique obtenu est à peu près uniforme dans un volume allongé, présentant *une grande dimension et deux autres dimensions perpendiculaires assez faibles.*

II-a. — Lorsqu'on désire que cette grande dimension soit parallèle aux lignes de forces du champ magnétique, on utilise des bobines longues (fig. 2 a), donnant des grandes valeurs des intégrales  $\int H da$  (différence de potentiel magnétique) et  $\int H^2 da$ . Elles sont d'un emploi courant en raison de leur construction relativement facile, de leur fonctionnement sûr et de leur consommation assez faible.

Elles permettent par exemple d'étudier la magnétostriction longitudinale sur un fil ou une tige. Mais les mesures successives des magnétostrictions longitudinale et transversale nécessitent plutôt l'emploi d'un échantillon court et d'une bobine du premier type, ou d'un électro-aimant.

Un enroulement de ce genre a été utilisé par P. Jacquinet et J. Brochard [10] pour l'étude de l'effet Zeeman longitudinal d'un satellite très faible du spectre de l'hélium, avec une source de grande longueur permettant de réduire par auto-absorption l'intensité de la raie principale.

L'emploi des bobines longues est particulièrement indiqué pour la mesure de l'effet Faraday des gaz, dont la constante de Verdet est faible. De très nombreuses mesures ont été faites ainsi.

Les travaux de H. Becquerel [11] ont été effectués avec une bobine de ce type. Siertsema [12] dis-

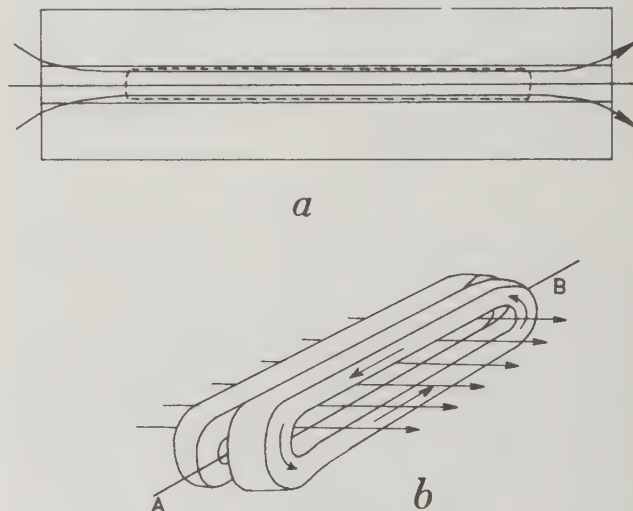


FIG. 2. — Exemples de bobines fournissant un champ magnétique à peu près uniforme dans un volume allongé, présentant une grande dimension et deux autres dimensions assez faibles.

a : la plus grande dimension est parallèle aux lignes de force du champ (bobine longue).

b : la plus grande dimension est perpendiculaire aux lignes de forces du champ (bobine à spires très aplaties).

En traits pleins : lignes de forces du champ. En pointillés : limites du volume dans lequel le champ est sensiblement uniforme.

posait d'une différence de potentiel magnétique de 90 000 unités c.g.s. De Malleman, Gabiano [13], Suhner ont réalisé de nombreuses mesures avec une bobine de 6 mètres de longueur, fournissant en régime permanent une différence de potentiel magnétique de 640 000 u.c.g.s., et pour une expérience de courte durée, de  $1,07 \times 10^6$  u.c.g.s.

II-b. — La grande dimension du volume dans lequel le champ est sensiblement uniforme est perpendiculaire aux lignes de forces (fig. 2 b). On obtient de tels champs au moyen de bobines à spires très aplaties, ou au moyen d'électro-aimants dont les pièces polaires ont une forme appropriée.

Ces appareils peuvent servir à étudier la magnétostriction en longueur sur un fil placé dans le champ transversal. Mais leur usage le plus intéressant paraît être la mesure de la biréfringence magnétique pour les substances à faible constante de Cotton-Mouton. L'observation peut s'effectuer perpendiculairement aux lignes de forces, suivant AB. Les deux extrémités de l'appareil sont dégagées à cet effet. A. Cotton et B. Tsai [14] ont pu mesurer la constante de Cotton-Mouton pour l'oxygène et l'azote gazeux, en utilisant le Grand Electro-Aimant de Bellevue, muni d'une bobine supplémentaire de ce type.

III. — Le champ magnétique obtenu est à peu près uniforme dans un volume présentant deux grandes dimensions perpendiculaires, et une troisième dimension assez faible.

III-a. — Le champ magnétique est, en chaque point, parallèle au plan défini par les deux grandes dimensions considérées (fig. 3 a). Une telle topographie du champ magnétique est facilement réalisée au moyen d'un enroulement à spires aplaties, analogue à celui de la figure 2 b, mais effectué sur une plus grande longueur.

III-b. — Le cas du champ radial (fig. 3 b) peut être rattaché au précédent, bien que le champ obtenu ne soit pas vraiment uniforme, puisqu'il varie en raison inverse de la distance à l'axe de révolution. On obtient un tel champ dans l'intervalle compris entre deux bobines identiques, de révolution, coaxiales, et dans lesquelles les sens de parcours du courant sont inverses. On utilise très souvent pour cet usage un noyau ferromagnétique de forme appropriée, par exemple dans les hauts-parleurs électrodynamiques, et dans certains moteurs et dynamos unipolaires. . .

III-c. — La bobine régulièrement enroulée sur un tore de révolution (fig. 3 c) peut aussi être rattachée au cas n° III-a. Les tangentes aux lignes de forces en chaque point sont, en effet, toujours parallèles à un même plan. Cet enroulement est souvent utilisé pour l'étude des matériaux ferromagnétiques. Il correspond aussi au cas idéal du transformateur.

III-d. — Le champ magnétique est, en chaque point, perpendiculaire au plan défini par les deux

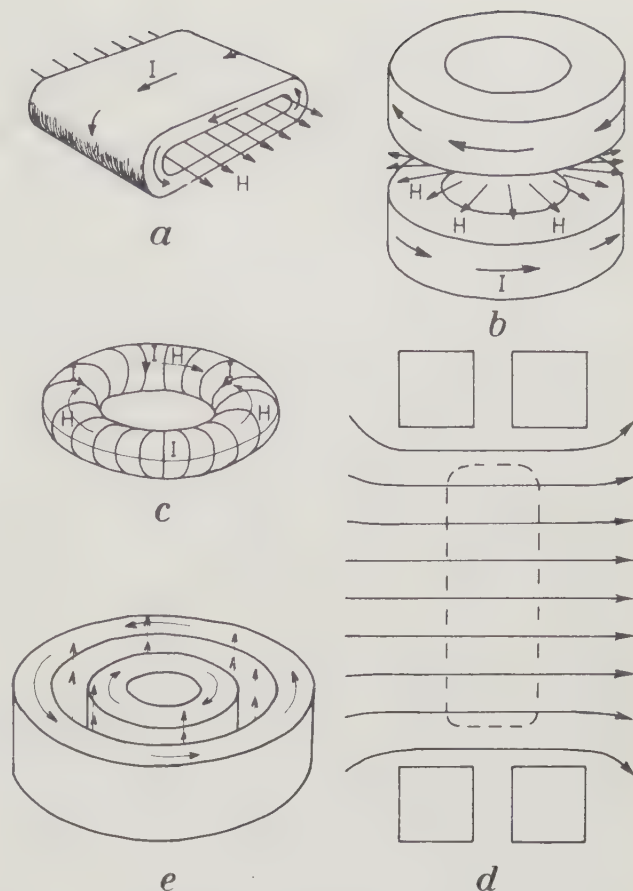


FIG. 3. — Exemples de bobines fournissant un champ magnétique à peu près uniforme dans un volume présentant deux grandes dimensions, et une troisième dimension assez faible.

grandes dimensions du volume dans lequel le champ est sensiblement uniforme.

Lorsque ce champ magnétique est obtenu au moyen d'un grand électro-aimant, ou d'un grand aimant permanent, on utilise des pièces polaires planes, parallèles, de grande surface et assez rapprochées l'une de l'autre.

Si au contraire on se sert de bobines sans fer (fig. 3 d) on utilise dans ce cas particulier des bobines courtes, plates, mais présentant une grande surface. Ces appareils robustes, souvent utilisés pour équiper de grandes chambres de Wilson, sont généralement alimentés en régime permanent en raison de leurs usages et de leur grande constante de temps, qui rendrait difficile leur utilisation en régime variable. Leur refroidissement est facile si l'on dispose d'un débit suffisant de liquide (généralement de l'eau) mais, selon leurs performances, elles consomment depuis quelques kilowatts jusqu'à 1 000 ou 2 000 kW.

E. Nageotte [15, 16] a réalisé un système de deux bobines rectangulaires, légèrement séparées l'une de l'autre. Grâce à une courbure convenable des grands côtés des deux rectangles, il a pu améliorer beaucoup l'uniformité du champ. Les dimensions intérieures

rieures de la bobine sont : hauteur 70 cm, largeur 28 cm. Avec une ventilation forcée à l'air, et pour une puissance consommée de 40 kW, elle permet d'obtenir dans le volume utile de la chambre de Wilson (55 cm  $\times$  13,5 cm  $\times$  5 cm) un champ de 1 500 oersteds qui, d'après des mesures postérieures aux publications indiquées, est uniforme à moins de  $\frac{0,6}{1\,000}$  près.

Certaines autres recherches de L. Leprince-Ringuet et ses collaborateurs [17, 18] ont pu être effectuées grâce aux chambres de Wilson équipées avec les bobines construites par B. Tsai [19]. L'appareil du Pic du Midi (Hautes-Pyrénées) comprend deux bobines. Les dimensions du creux rectangulaire sont 81 cm  $\times$  85 cm. L'appareil peut consommer 1 000 kW et fournir un champ de 7 000 oersteds.

G. Wind et M. Schérer [20] ont construit à Caen des bobines productrices de champ magnétique pour chambre de Wilson. Avec une puissance consommée de 53 kW, elles permettent d'obtenir dans un volume de 60 cm  $\times$  40 cm  $\times$  12 cm un champ de 1 953 oersteds uniforme à 1 % près.

III c. — Lorsqu'il s'agit, comme dans les accélérateurs, de courber les trajectoires de particules électrisées formant un faisceau à très petit angle d'ouverture, il suffit que le champ s'exerce à l'intérieur du volume en forme de tore dans lequel les particules se déplacent. On peut obtenir ce résultat, soit au moyen d'électro-aimants avec fer dont le circuit magnétique a une forme appropriée, soit au moyen de bobines sans fer coaxiales, de rayons différents, et parcourues par des courants de sens inverses (fig. 3 e). Ce cas peut être rattaché au cas précédent (III d).

IV. — Le champ obtenu est à peu près uniforme dans un grand volume (plusieurs dizaines de litres par exemple), dont toutes les dimensions sont du même ordre de grandeur.

Ce cas dérive du cas n° I déjà envisagé par multiplication de toutes les dimensions de l'enroulement par un même facteur. Cette multiplication entraîne des modifications des propriétés de l'enroulement, qui sont soumises à des relations de similitude simples [21]. Pour améliorer l'uniformité du champ obtenu, on peut être amené à utiliser un système de deux bobines séparées (bobines de Helmholtz par exemple), ou à réaliser une répartition convenable de la densité de courant. De très nombreuses solutions ont été proposées [22 à 31]. Avec de très grosses bobines, on se limite généralement à l'obtention de champs magnétiques d'intensité modérée, pour éviter une consommation d'énergie exagérée.

#### LES DIFFÉRENTS MODES D'ALIMENTATION

Le choix du mode d'excitation d'une bobine dépend de l'usage que l'on en fait. Diverses méthodes peuvent être envisagées.

#### I. — Alimentation en courant continu

Ce cas est signalé ici pour mémoire, puisqu'il sera étudié en détails ci-après. Cette solution s'impose lorsque le champ magnétique doit être constant ou réglable à volonté au cours de l'expérience.

On peut envisager un transformateur polyphasé alimentant un système de redresseurs statiques (redresseurs secs à semi-conducteurs ou redresseurs à lampes à atmosphère gazeuse, à vapeur de mercure). La tension d'alimentation ainsi obtenue est nettement « ondulée », mais cet inconvénient n'est pas très grave en raison de la constante de temps de la bobine, suffisante pour qu'elle joue le rôle d'un filtre passe-bas. On peut d'ailleurs améliorer la constance de la tension, par exemple au moyen d'une seconde self et d'une batterie-tampon qui ne débite presque rien.

L'emploi d'une commutatrice n'est pas toujours commode, car la tension continue obtenue n'est guère réglable.

Malgré un encombrement important et un rendement assez médiocre, le groupe convertisseur (moteur alternatif-génératrice continue) est bien adapté au cas des bobines, car il permet de régler continuellement la tension de zéro à la valeur maxima et de la stabiliser facilement, soit par réglage manuel, soit automatiquement. De nombreuses méthodes ont été employées pour cela. Il suffit d'agir soit directement sur le courant d'excitation de la génératrice, soit mieux sur l'excitation de la petite dynamo auxiliaire qui fournit le courant traversant les inducteurs de la grosse génératrice. On peut ainsi, en agissant sur un circuit consommant quelques dizaines de watts, commander une dynamo fournissant un ou plusieurs mégawatts. On utilise les propriétés « amplificatrices » bien connues des dynamos. Le temps de réponse du dispositif, de l'ordre d'une ou plusieurs secondes, n'est généralement pas très gênant.

On peut aussi très facilement par cette méthode, au moyen de relais commandés par des mano-contacteurs, interrompre automatiquement le circuit d'excitation de la dynamo, et par conséquent annuler à peu près entièrement le courant dans la bobine, en cas d'insuffisance de pression du liquide servant au refroidissement.

#### II. — Alimentation en courant périodique

Le plus simple consiste à alimenter en courant alternatif sinusoïdal monophasé. Le phénomène étudié peut être observé par stroboscopie et l'on peut même utiliser les deux alternances si l'effet mesuré est proportionnel à  $H^2$  (biréfringence magnétique).

Cette méthode permet aisément d'alimenter la bobine sous basse tension. On peut ainsi utiliser des conducteurs robustes à grande section. De plus, la puissance moyenne consommée, pour une même valeur du champ maximum produit, est plus faible que sous tension continue. Le refroidissement est

donc plus facile. Lorsque le montage est utilisé pour l'étude de l'effet Faraday avec un polarimètre photo-électrique, la variation périodique de la rotation magnétique peut servir à moduler le faisceau lumineux. Mais le courant traversant la bobine est partiellement déwatté, et il n'est pas toujours possible de consommer en courant monophasé une puissance assez importante. De plus, ce dispositif n'est pas toujours utilisable et un champ magnétique constant est souvent nécessaire.

Une variante pourrait consister à utiliser une tension d'alimentation alternative, en série avec une tension continue, afin d'obtenir dans l'enroulement un champ magnétique toujours de même sens, mais variant périodiquement entre des valeurs extrêmes très différentes, la valeur minima pouvant être presque nulle si on le désire.

### III. — Alimentation en régime transitoire

Plusieurs essais ont déjà été effectués dans ce domaine.

Kapitza a obtenu le passage d'un courant très intense dans une bobine sans fer pendant un temps très court, en déchargeant brusquement un accumulateur [32], ou en court-circuitant un gros alternateur [33] ou une grosse dynamo. Des résultats remarquables (champ de 320 000 oersteds à peu près constant dans un volume de 2 cm<sup>3</sup> pendant environ 0,006 seconde) ont été obtenus par cette méthode très ingénieuse qui a permis l'étude de nombreux phénomènes dans des champs extraordinairement intenses : influence du champ magnétique sur la résistivité du bismuth [34], du cuivre, de l'argent, de l'or [35], etc., effet Zeeman sur les raies du zinc, du mercure, de l'aluminium, du calcium, du strontium, du magnésium [36], déviation des trajectoires de particules  $\alpha$  [37] ; mesures de susceptibilité magnétique [38].

Un dispositif analogue a été utilisé par la suite au Japon par Y. Tanabé [39] pour l'étude de la variation de la conductibilité du bismuth dans les champs magnétiques très intenses.

Une autre méthode, souvent utilisée depuis quelques années, consiste à décharger brusquement une grosse batterie de condensateurs à travers la bobine [40 à 47]. Au voisinage de sa valeur maxima, le champ reste à peu près constant pendant un temps de l'ordre de  $10^{-6}$  à  $10^{-2}$  seconde, selon les dispositifs utilisés. Le champ maximum obtenu varie d'après les caractéristiques du circuit (et en particulier en fonction des dimensions du canal de la bobine) entre  $5 \times 10^4$  et près de  $10^6$  oersteds.

Selon les conditions d'emploi de l'appareil, on peut obtenir en agissant sur le facteur d'amortissement du circuit, soit une décharge oscillante, soit une décharge apériodique. Dans le second cas, on se place généralement au voisinage de l'amortissement critique.

D'autre part, quelle que soit la forme de la dé-

charge, on peut le produire une seule fois, ou au contraire la répéter périodiquement. La première méthode permet d'obtenir assez simplement des champs magnétiques extrêmement intenses. Par exemple, S. Foner et H. Kolm [46] ont réalisé un champ instantané de 750 000 oersteds, pouvant être poussé jusqu'à près de  $10^6$  oersteds, en régime oscillant avec une demi-période de 120 microsecondes, dans une bobine de 2,2 cm de longueur totale, 0,48 cm de diamètre intérieur et 2,5 cm de diamètre extérieur. Ils ont utilisé une batterie de condensateur de 1 800 microfarads chargée sous 3 000 volts.

La seconde méthode nécessite un dispositif capable de déclencher automatiquement et périodiquement la décharge, puis la recharge des condensateurs. Mais elle permet une observation stroboscopique parfois très commode (en particulier pour la magnéto-optique). Ainsi Raoult [40] réalise la décharge oscillante d'un condensateur de 0,25  $\mu$ F, chargé sous 73 600 V, à travers une bobine. Le passage du courant dure environ 15 microsecondes. Une alimentation bloque automatiquement l'appareil lorsque le condensateur est chargé en sens inverse et lui restitue l'énergie perdue par effet Joule. Le dispositif fonctionne cent fois par seconde, alternativement dans un sens et dans l'autre. Les deux alternances peuvent être utilisées si l'effet étudié est proportionnel à  $H^2$ . Le champ maximum obtenu est de 50 000 oersteds (environ  $4 \times 10^6$  At/m), mais pourrait être beaucoup plus intense avec une batterie de condensateurs plus importante. Raoult a étudié ainsi les propriétés magnéto-optiques du sulfure de carbone dans l'ultra-violet.

Les bobines fonctionnant en régime transitoire peuvent être maintenues soit à la température ordinaire, soit à basse température (azote, hydrogène ou même hélium liquide). Le refroidissement permet de diminuer beaucoup la résistance et par conséquent d'augmenter la constante de temps de l'appareil. Contrairement à ce qui se passerait en régime permanent, l'énergie consommée par effet Joule pendant ces décharges très brèves est petite, et par conséquent la consommation de gaz liquéfié est faible.

Bien entendu, pour de telles valeurs du champ magnétique maximum, les efforts électromagnétiques exercés sur les conducteurs sont considérables et les appareils sont souvent construits en alliages présentant une résistivité presque aussi faible que celle du cuivre, mais une ténacité beaucoup plus grande (alliage cuivre-béryllium par exemple). On peut aussi éventuellement les fretter. Il faut remarquer toutefois que le temps pendant lequel les efforts dangereux s'exercent est extrêmement faible. Le problème « balistique » qui se pose alors est donc tout à fait différent du problème « statique » correspondant à l'alimentation en courant continu. Cette question sera envisagée à propos des efforts électromagnétiques agissant sur les conducteurs.

Ces bobines, particulièrement celles qui utilisent des condensateurs, sont relativement économiques et

permettent d'obtenir les champs magnétiques les plus intenses que l'on sache actuellement produire au laboratoire. De nombreuses mesures ont été faites au moyen de ces appareils. Toutefois, elles nécessitent de grandes précautions. En particulier, il faut vérifier que le phénomène étudié a bien eu le temps d'atteindre la valeur correcte pendant la durée d'application du champ magnétique, qui n'est parfois que de quelques microsecondes. Par exemple, un échantillon métallique soumis à un champ magnétique rapidement variable est le siège de courants induits qui gênent son aimantation en profondeur (à moins d'utiliser une substance finement divisée). On conçoit les difficultés qui se présentent pour

mesurer ainsi, par exemple, la susceptibilité magnétique d'un monocristal métallique et pour de nombreuses autres expériences. Il faut également s'assurer que les dispositifs de mesure ou d'enregistrement suivent fidèlement le phénomène très rapide, sans retard ni déformation. Malgré ces restrictions concernant leur emploi, ces bobines sont cependant extrêmement intéressantes.

Après ce rapide coup d'œil d'ensemble sur les différents types de bobines sans fer et de bobines supplémentaires, nous nous proposons maintenant d'étudier exclusivement le cas des *bobines courtes fournissant un champ très intense dans un volume assez faible, et alimentées en courant continu.*

## PREMIÈRE PARTIE

# CALCUL DES CARACTÉRISTIQUES DES ENROULEMENTS CHOIX DE LA FORME EXTÉRIEURE ET DE LA RÉPARTITION DES DENSITÉS DE COURANT

## RESULTATS GÉNÉRAUX

## VALABLES POUR TOUS LES ENROULEMENTS DE RÉVOLUTION

Avant d'étudier divers cas particuliers intéressants d'enroulements, nous rappelons quelques résultats généraux. Les notations utilisées ont été indiquées au début.

Soit  $Ox$  l'axe de révolution de la bobine (fig. 4). Soit  $S$  la section de l'enroulement par un plan contenant  $Ox$ . Considérons une spire élémentaire de section  $dx \cdot dy$ , comprise entre les plans d'abscisses  $x$  et  $x + dx$ , et entre les cylindres de révolution de rayons  $y$  et  $y + dy$ . Soit  $i$  la densité de courant, en ampères par centimètre carré, dans le métal constituant la spire (quotient de l'intensité dans la spire par sa section). La densité moyenne dans une petite portion de l'enroulement au voisinage de la spire vaut  $\frac{i}{\eta}$ , en désignant par  $\eta$  le coefficient de foison-

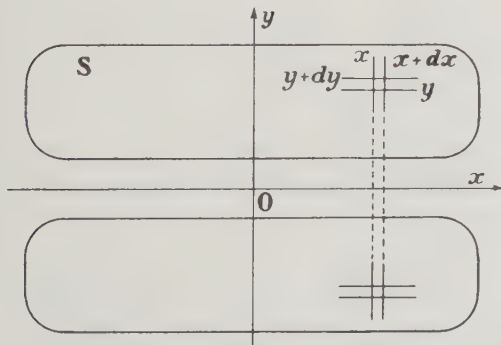


FIG. 4

nement (rapport entre le volume total d'une portion de l'enroulement — métal conducteur, orifices de refroidissement, couches isolantes — et le volume du métal conducteur seul contenu dans cette portion).

Le champ magnétique, en oersteds, produit en  $O$  par la spire élémentaire est :

$$d^2 H_0 = \frac{2\pi i}{10\eta} \cdot \frac{y^2}{(y^2 + x^2)^{3/2}} dx dy.$$

Le champ produit en  $O$  par la totalité de l'enroulement est :

$$H_0 = \frac{2\pi}{10} \iint_S \frac{i y^2 dx dy}{\eta (y^2 + x^2)^{3/2}}$$

De même, le champ produit par l'enroulement entier en un point  $A$  d'abscisse  $a$ , sur l'axe de révolution, est :

$$H_A = \frac{2\pi}{10} \iint_S \frac{i y^2 dx dy}{\eta [y^2 + (x - a)^2]^{3/2}}$$

Le champ magnétique produit en un point quelconque voisin de l'axe peut être calculé d'après une méthode classique [48].

La différence de potentiel magnétique, exprimée en oersteds  $\times$  centimètres, produite par la spire élémentaire entre deux points  $A_1$  et  $A_2$ , d'abscisses  $a_1$  et  $a_2$ , situés sur l'axe de révolution est :

$$\begin{aligned} d^2(U_2 - U_1) &= \frac{2\pi i y^2 dx dy}{10\eta} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{[y^2 + (x - a)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{2\pi i}{10\eta} \left[ \frac{a - x}{\sqrt{y^2 + (x - a)^2}} \right]_{a_1}^{a_2} \end{aligned}$$

La différence de potentiel magnétique produite entre  $A_1$  et  $A_2$  par la totalité de l'enroulement est donc, dans le cas général :

$$U_2 - U_1 = \frac{2\pi}{10} \iint_s \frac{i}{\eta} \left| \frac{a-x}{\sqrt{y^2 + (x-a)^2}} \right|_{a_1}^{a_2} dx dy$$

$i$  et  $\eta$  pouvant être constants ou variables en fonctions de  $x$  et de  $y$ . En particulier, cette intégrale prend sa valeur maxima lorsque  $A_1$  et  $A_2$  sont rejetés à l'infini sur l'axe, de part et d'autre de  $O$ . Elle vaut alors :

$$(U_2 - U_1)_{\text{limite}} = \frac{4\pi}{10} \iint_s \frac{i}{\eta} dx dy.$$

Si toutes les quantités sont exprimées dans le système MKSA rationalisé, les expressions ci-dessus se simplifient légèrement. On a, par exemple :

$$H_0 = \frac{1}{2} \iint_s \frac{i y^2 dx dy}{\eta (y^2 + x^2)^{3/2}}$$

et :

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2} \iint_s \frac{i}{\eta} \left| \frac{a-x}{\sqrt{y^2 + (x-a)^2}} \right|_{a_1}^{a_2} dx dy.$$

La chute de tension le long d'une spire de l'enroulement est, en désignant par  $\rho$  la résistivité du métal conducteur :

$$V = 2\pi \rho y i.$$

D'autre part, la puissance (en watts) consommée dans la spire élémentaire déjà considérée est :

$$d^2 W = \frac{2\pi \rho}{\eta} i^2 y dx dy.$$

La puissance totale consommée dans l'enroulement est :

$$W = 2\pi \rho \iint_s \frac{i^2}{\eta} y dx dy.$$

Pour une bobine donnée, la puissance consommée est proportionnelle au carré du champ magnétique produit, ou au carré de la différence de potentiel magnétique entre deux points fixes  $A_1$  et  $A_2$ .

L'influence de la forme extérieure et de la répartition des densités de courant sera étudiée ci-après. L'effet d'une multiplication de toutes les dimensions par un facteur  $K$  sera envisagé à propos des relations de similitude.

La masse (en grammes) de métal nécessaire pour construire l'enroulement est, en désignant par  $\delta$  la masse spécifique (ou masse volumique) du métal, en  $g/cm^3$  :

$$M = 2\pi \delta \iint_s \frac{y}{\eta} dx dy.$$

## I. — BOBINES A GORGE RECTANGULAIRE

### I.a. — Densité de courant constante dans tout l'enroulement

C'est la solution la plus généralement adoptée en raison de sa simplicité, le conducteur ayant alors

une section constante. D'assez nombreux calculs ont déjà été effectués dans ce cas [49, 50].

Avec les notations indiquées ci-dessus, si le coefficient de foisonnement  $\eta$  est constant dans tout l'enroulement et si la bobine est limitée par les plans d'abscisses  $-x_1$  et  $+x_1$  et par les cylindres de

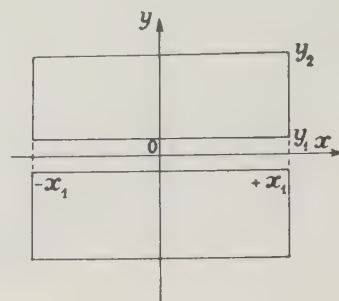


FIG. 5

rayons  $y_1$  et  $y_2$  (fig. 5), on trouve, pour le champ  $H_0$  produit en  $O$  par l'enroulement :

$$H_0 = \frac{4\pi i_0 x_1}{10 \eta} \text{Log}_e \frac{y_2 + \sqrt{y_2^2 + x_1^2}}{y_1 + \sqrt{y_1^2 + x_1^2}}$$

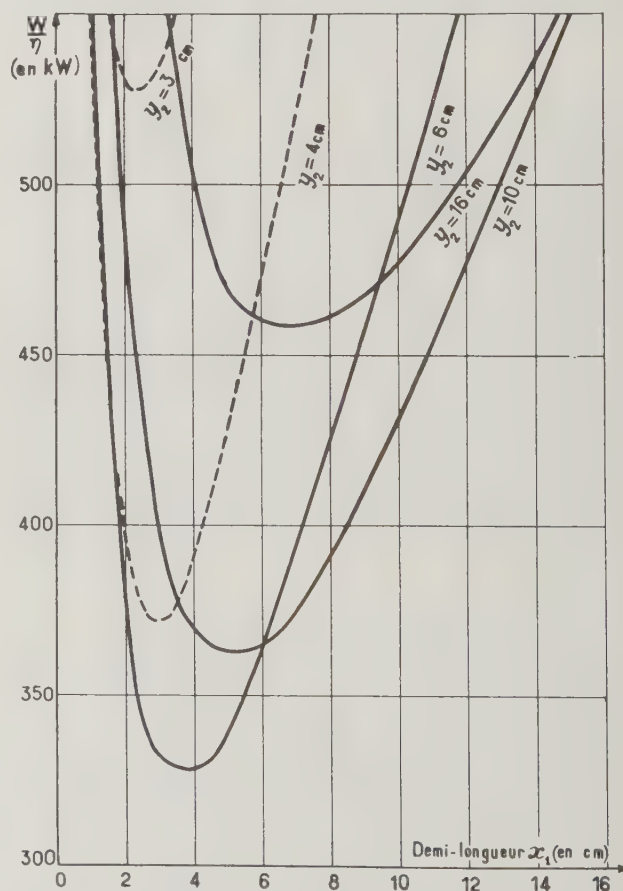


FIG. 6. — Bobine I.a (gorge rectangulaire). Densité du courant constante. Variation de la puissance consommée en fonction de  $x_1$ , pour diverses valeurs de  $y_2$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

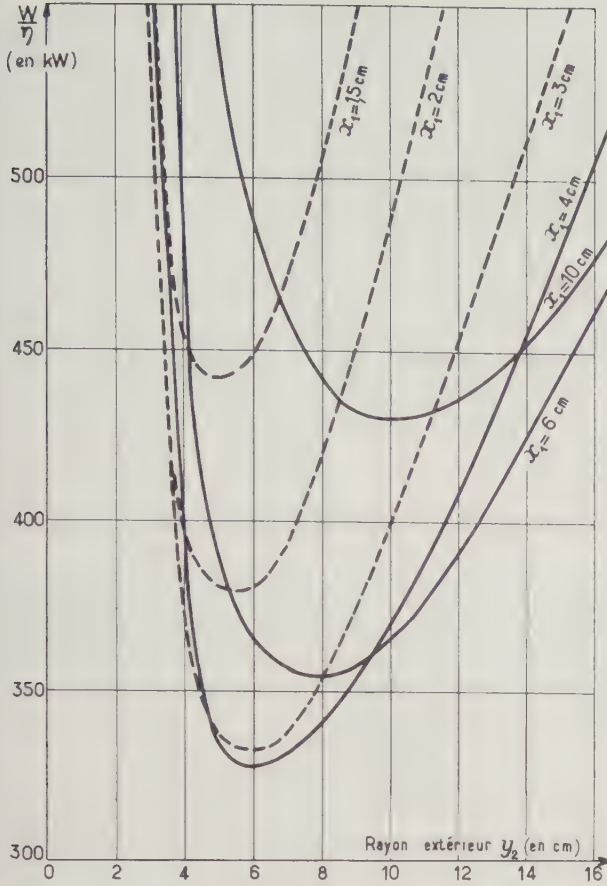


FIG. 7. — Bobine I<sub>a</sub> (gorge rectangulaire). Densité de courant constante. Variation de la puissance consommée en fonction de  $y_2$  pour diverses valeurs de  $x_1$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

Le champ magnétique en un point A d'abscisse  $a$ , situé sur l'axe est évidemment la demi-somme du champ produit au centre d'une bobine de longueur  $2(x_1 + a)$  et du champ produit au centre d'une bobine de longueur  $2(x_1 - a)$ . Lorsqu'on dispose de tables donnant les valeurs du champ produit par des bobines de même rayon, mais de longueurs différentes, cette remarque permet de calculer immédiatement la répartition du champ le long de l'axe. Cette remarque n'est pas seulement valable pour l'enroulement I<sub>a</sub> considéré ici. Elle s'applique à tous les enroulements de révolution, à gorge rectangulaire, et dans lesquels la densité de courant n'est pas fonction de  $x$  (par exemple enroulements I<sub>a</sub>, I<sub>b</sub>, I<sub>c</sub>). Par contre, on ne peut pas l'utiliser pour l'enroulement I<sub>d</sub> dans lequel la densité de courant dépend de  $y$  et de  $x$ . Dans le cas de l'enroulement I<sub>a</sub> considéré actuellement :

$$H_A = \frac{2\pi i_0}{10\eta} \left[ (x_1 - a) \operatorname{Log}_e \frac{y_2 + \sqrt{y_2^2 + (x_1 - a)^2}}{y_1 + \sqrt{y_1^2 + (x_1 - a)^2}} + (x_1 + a) \operatorname{Log}_e \frac{y_2 + \sqrt{y_2^2 + (x_1 + a)^2}}{y_1 + \sqrt{y_1^2 + (x_1 + a)^2}} \right]$$

La chute de potentiel électrique le long d'une spire de l'enroulement est :

$$V = 2\pi \rho y i_0.$$

La puissance consommée dans l'enroulement vaut :

$$W = 2\pi \rho x_1 \frac{i_0}{\eta} (y_2^2 - y_1^2).$$

Certaines expressions se simplifient lorsque  $x_1$  est très grand par rapport à  $y_1$ ,  $y_2$  et  $a$ . Un développement en série donne dans ce cas les expressions relatives au solénoïde de longueur infinie :

$$H_{O \text{ limite}} = H_{A \text{ limite}} = \frac{4\pi i_0}{10\eta} (y_2 - y_1),$$

formule dans laquelle  $\frac{i_0(y_2 - y_1)}{\eta}$  représente le nombre d'ampères-tours par unité de longueur. L'expression de  $W$  en fonction de  $i_0$  reste inchangée.

Pour calculer les résultats numériques qui ont servi à tracer les figures 6 à 9, on a admis  $\rho = 2,1 \times 10^{-6} \Omega \text{ cm}$  (résistivité du cuivre pur à la température d'environ  $75^\circ \text{C}$ ). On sait, en effet (deuxième partie : refroidissement des enroulements), que la température du métal, lorsque la densité de courant

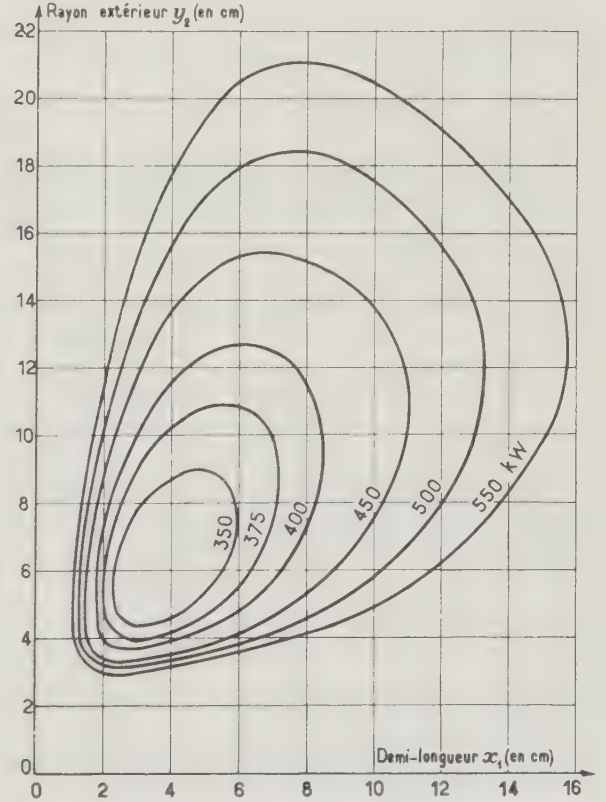


FIG. 8. — Bobine I<sub>a</sub> (gorge rectangulaire). Densité de courant constante. Courbes d'égales valeurs de  $\frac{W}{\eta}$  en fonction de  $x_1$  et  $y_2$ . On suppose  $y_2 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

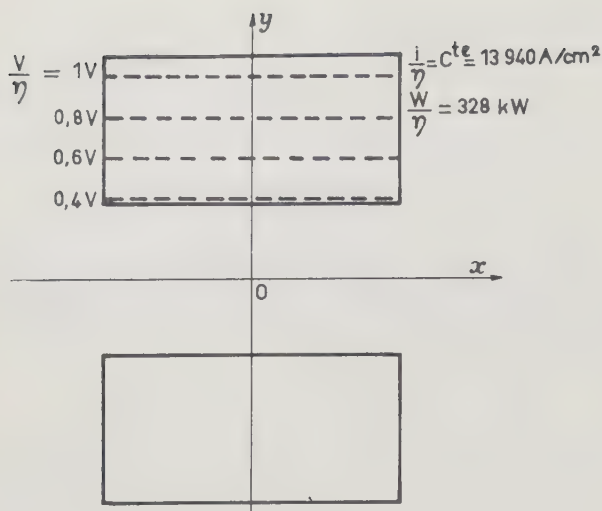


FIG. 9. — Coupe longitudinale d'une bobine I.a à gorge rectangulaire. Densité de courant constante. En pointillés, lignes d'égales valeurs de  $\frac{V}{\eta}$  correspondant à :  $x_1 = 4$  cm,  $y_1 = 2$  cm,  $y_2 = 6$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Les dimensions indiquées sont approximativement les plus avantageuses pour une bobine de ce type. Echelle : 1/2.

est élevée, est nettement supérieure à la température du fluide de refroidissement.

I-b. — Densité de courant constante sur une même couche, mais variant d'une couche à l'autre suivant

$$\text{la relation : } i = \frac{i_0}{y}. \quad (1)$$

Ce mode de répartition est assez souvent utilisé. Il est en effet spontanément réalisé dans les appareils constitués par des disques métalliques fendus

$$H_A = \frac{\pi i_0}{10 \eta} \left[ \text{Loge} \frac{[\sqrt{(x_1 + a)^2 + y_2^2} - (x_1 + a)] [\sqrt{(x_1 + a)^2 + y_1^2} + (x_1 + a)]}{[\sqrt{(x_1 + a)^2 + y_2^2} + (x_1 + a)] [\sqrt{(x_1 + a)^2 + y_1^2} - (x_1 + a)]} \right. \\ \left. + \text{Loge} \frac{[\sqrt{(x_1 - a)^2 + y_2^2} - (x_1 - a)] [\sqrt{(x_1 - a)^2 + y_1^2} + (x_1 - a)]}{[\sqrt{(x_1 - a)^2 + y_2^2} + (x_1 - a)] [\sqrt{(x_1 - a)^2 + y_1^2} - (x_1 - a)]} \right]$$

La chute de tension le long d'une spire de l'enroulement est, en désignant par  $i_1$  la densité de courant dans la spire de rayon  $y_1$  :

$$V = 2\pi \rho i y = 2\pi \rho i_0 = 2\pi \rho i_1 y_1.$$

Dans ce cas particulier, la chute de tension est la même le long de n'importe quelle spire de l'enroulement.

La puissance consommée dans l'enroulement, ex-

(1) Lorsque la densité de courant n'est pas uniforme, il est préférable d'écrire la relation sous la forme :

$$i = K i_0 f(x, y).$$

K étant un coefficient destiné à maintenir l'homogénéité de la formule. Par exemple, dans le cas actuel,  $i = K i_0 / y$ . Le coefficient K a alors les dimensions d'une longueur. Toutefois, grâce au choix de  $i_0$ , K est numériquement égal à 1, et nous ne l'avons pas écrit à chaque fois, afin de simplifier les formules.

suivant un rayon et connectés en série, selon la méthode utilisée par F. Bitter [51] et dans les bobines du Palais de la Découverte à Paris [52]. Ce mode de construction est relativement simple et les bobines ainsi obtenues sont robustes. Pendant le fonctionnement, chaque rayon d'un disque est une ligne équipotentielle électrique. Ce type d'enroulement permet, pour des dimensions extérieures identiques et pour une même valeur du champ produit au point O, de consommer une puissance nettement moindre qu'avec un enroulement à densité constante. Mais la densité de courant au voisinage du canal central est augmentée, ce qui rend le refroidissement un peu plus difficile. Elle reste tout de même, pour des enroulements convenablement choisis, relativement modérée.

La densité de courant, exprimée en ampères par centimètre carré, est de la forme  $i = \frac{i_0}{y}$ ,  $i_0$  étant sa valeur particulière sur la couche de rayon 1 cm. Le champ magnétique produit en O par l'enroulement est facilement calculable. Il a déjà été étudié partiellement par F. Bitter (51). On a, en utilisant toujours les mêmes notations et en supposant  $\eta$  constant :

$$H_0 = \frac{2\pi}{10\eta} \iint_S \frac{i y^2}{(y^2 + x^2)^{3/2}} dx dy$$

ou, en remarquant que  $i = \frac{i_0}{y}$  :

$$H_0 = \frac{2\pi i_0}{10\eta} \text{Loge} \frac{(\sqrt{x_1^2 + y_2^2} - x_1)(\sqrt{x_1^2 + y_1^2} + x_1)}{(\sqrt{x_1^2 + y_2^2} + x_1)(\sqrt{x_1^2 + y_1^2} - x_1)}$$

Le champ magnétique produit en un point A, d'abscisse  $a$ , situé sur l'axe est :

primée en watts, vaut :

$$W = 4\pi \rho x_1 \frac{i_0^2}{\eta} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dy}{y} = 4\pi \rho x_1 \frac{i_0^2}{\eta} \text{Loge} \frac{y_2}{y_1}.$$

Comme dans le cas précédent, les résultats numériques sont représentés par des graphiques (fig. 10 à 13).

On admet que le rayon intérieur vaut toujours  $y_1 = 2$  cm et que le champ magnétique au centre est  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Pour la raison déjà indiquée, on pose :  $\rho = 2,1 \times 10^{-6} \Omega \times \text{cm}$  (résistivité du cuivre pur à la température de 75° C).  $\eta$  est toujours le coefficient de foisonnement, V la chute de tension dans une spire de l'enroulement dans les conditions de fonctionnement considérées. W est la puissance totale consommée dans l'enroulement.

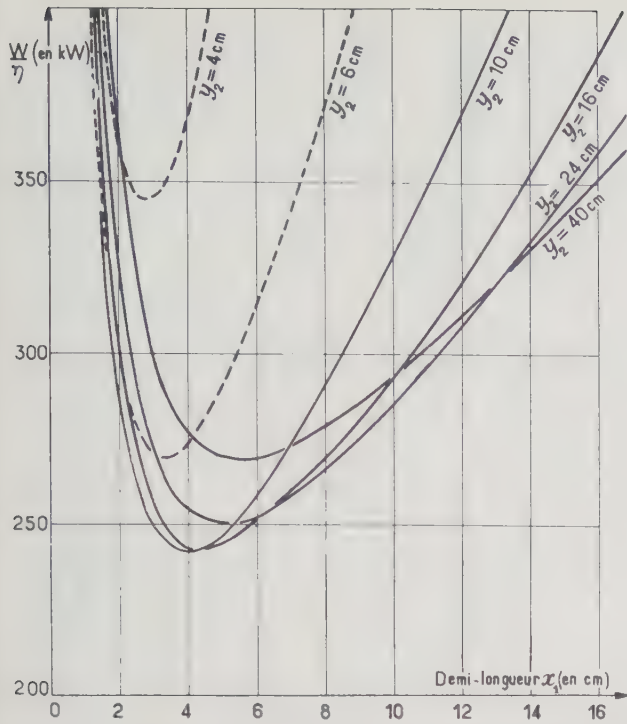


FIG. 10. — Bobine I. b (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ . Variation de la puissance consommée en fonction de  $x_1$ , pour diverses valeurs de  $y_2$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

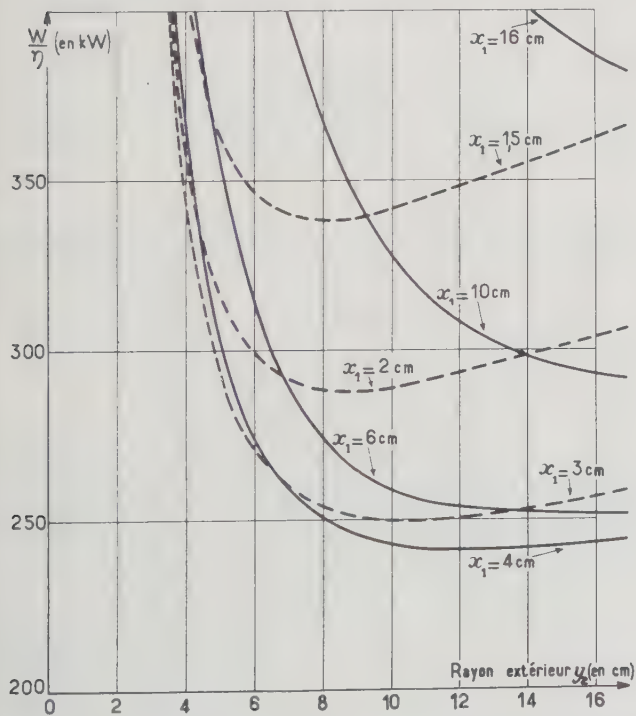


FIG. 11. — Bobine I. b (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ . Variation de la puissance consommée en fonction de  $y_2$ , pour diverses valeurs de  $x_1$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

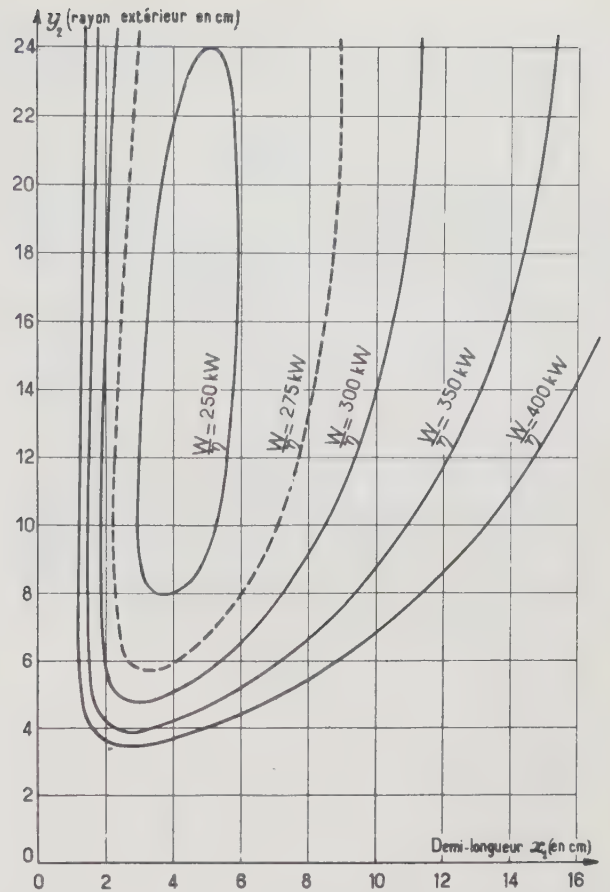


FIG. 12. — Bobine I. b (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ . Courbes d'égales valeurs de la puissance consommée. On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

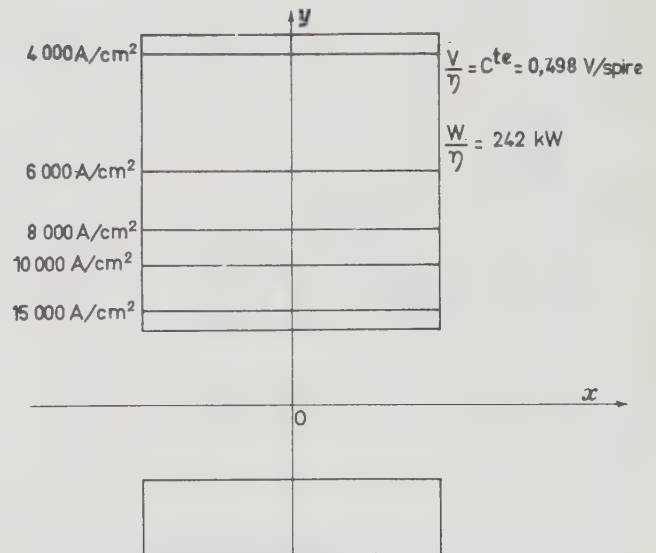


FIG. 13. — Bobine I. b (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ . Lignes d'égales valeurs de  $\frac{1}{\eta}$  correspondant à :  $x_1 = 4$  cm,  $y_1 = 2$  cm,  $y_2 = 10$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Coupe longitudinale. Echelle 1/2.

I-c. — Bobine à gorge rectangulaire et à densité de courant constante sur une même couche, mais variant d'une couche à l'autre suivant la relation :

$$i = i_0 \frac{x_1}{y \sqrt{x_1^2 + y^2}}$$

Parmi tous les enroulements à gorge rectangulaire et à densité de courant constante sur une même couche, celui-ci consomme la puissance la plus faible pour produire un champ magnétique donné. (Pour diminuer encore la puissance consommée, pour une même valeur de  $H_0$  et de  $y_1$ , il faut faire varier la densité de courant convenablement en fonction de  $x$  et de  $y$ . On peut aussi modifier la forme de la gorge.) Ce type de répartition a déjà été envisagé sommairement par F. Bitter [51].

Dans les conditions posées, la densité de courant est indépendante de  $x$ , mais doit varier en fonction de  $y$  de telle sorte que, pour les différentes couches élémentaires, le quotient du champ produit par la puissance consommée soit constant. En utilisant toujours les mêmes notations et en supposant  $\eta$  constant, on trouve :

$$i = \frac{i_0 x_1}{y \sqrt{x_1^2 + y^2}}$$

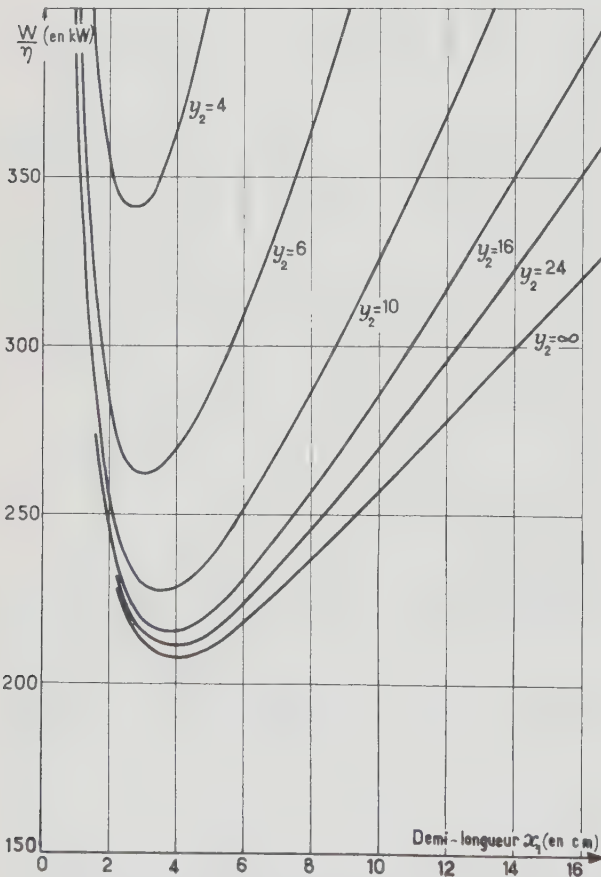


FIG. 14. — Bobine I.c (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0 x_1}{y \sqrt{x_1^2 + y^2}}$ . Variation de la puissance consommée en fonction de  $x_1$ , pour diverses valeurs de  $y_2$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

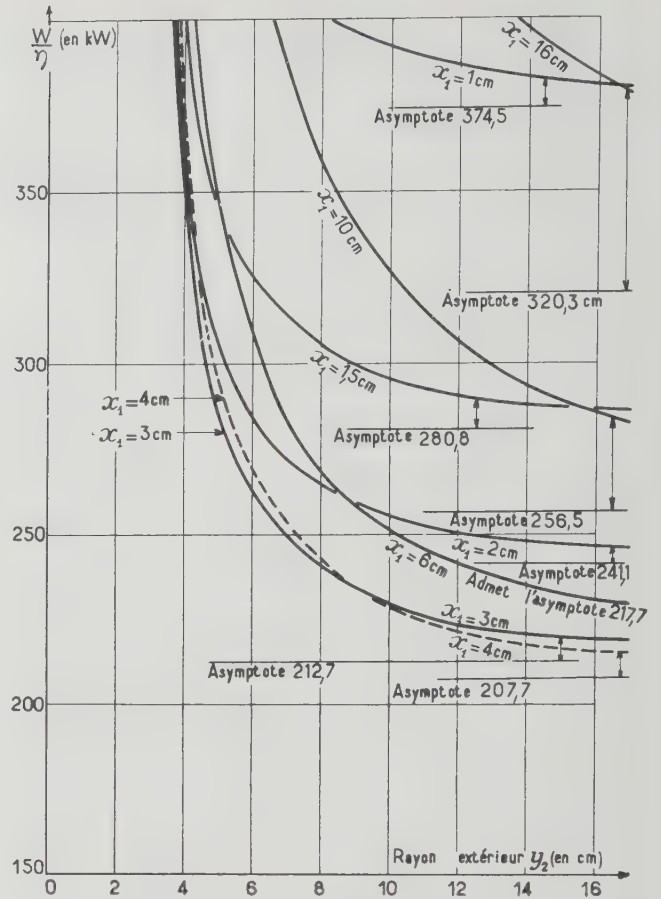


FIG. 15. — Bobine I.c (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0 x_1}{y \sqrt{x_1^2 + y^2}}$ . Variation de la puissance consommée en fonction de  $y_2$ , pour diverses valeurs de  $x_1$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

Remarquons que  $i$  dépend du paramètre  $x_1$ , mais non de la variable  $x$ .

Le champ magnétique produit en O par la totalité de l'enroulement est :

$$H_0 = \frac{2 \pi i_0}{10 \eta} \text{Log}_e \frac{y_2^2 (x_1^2 + y_1^2)}{y_1^2 (x_1^2 + y_2^2)}$$

Le champ magnétique produit en un point A, d'abscisse  $a$ , situé sur l'axe, est :

$$H_A = \frac{\pi i_0}{10 \eta} \left[ \frac{1}{x_1 - a} \text{Log}_e \frac{y_2^2 [(x_1 - a)^2 + y_1^2]}{y_1^2 [(x_1 - a)^2 + y_2^2]} + \frac{1}{x_1 + a} \text{Log}_e \frac{y_2^2 [(x_1 + a)^2 + y_1^2]}{y_1^2 [(x_1 + a)^2 + y_2^2]} \right]$$

La chute de potentiel le long d'une spire de rayon  $y$  est :

$$V = 2 \pi \rho i y = \frac{2 \pi \rho i_0 x_1}{\sqrt{x_1^2 + y^2}}$$



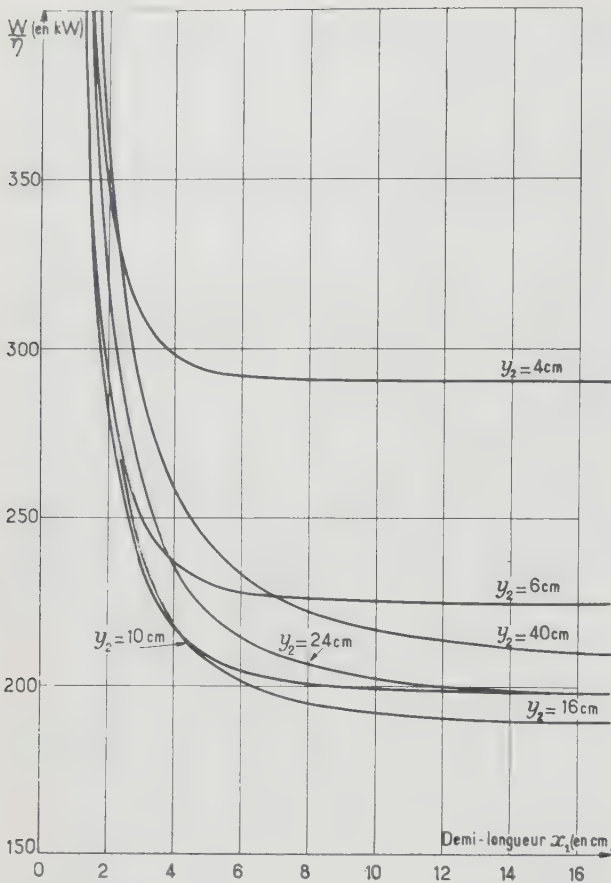


FIG. 18. — Bobine I.d (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y} f(x)$ . Variation de la puissance consommée en fonction de  $x_1$ , pour diverses valeurs de  $y_2$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

Le champ magnétique produit en O par la totalité de l'enroulement est :

$$H_0 = \frac{2 \pi i_0 y_1 y_2}{10 \eta (y_2 - y_1)} \int_{-x_1}^{+x_1} \left[ (x^2 + y_1^2)^{-\frac{1}{2}} - (x^2 + y_2^2)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 dx.$$

Pour calculer les valeurs numériques de  $\frac{i}{\eta}$ ,  $\frac{V}{\eta}$  et

$\frac{W}{\eta}$ , données par les figures 18 à 21, on a déterminé graphiquement les valeurs numériques de cette intégrale dans les différents cas, en posant toujours :  $y_1 = 2$  cm ;  $H_0 = 5 \times 10^4$  Oe, et  $\rho = 2,1 \times 10^{-6} \Omega \times \text{cm}$ .

Les courbes correspondent, pour la répartition que nous considérons actuellement, à celles qui ont déjà été tracées dans les autres cas. La figure 21 représente en coupe longitudinale un enroulement de ce type particulièrement avantageux. En effet, sa consommation est relativement très réduite, aussi

faible que celle de la bobine II-c, la densité de courant maxima est beaucoup plus faible que pour la bobine II-c et la construction est facile. La figure 21 donne en même temps les courbes d'égales valeurs de  $\frac{i}{\eta}$  et de  $\frac{V}{\eta}$ .

## II. — BOBINES A GORGE TRAPEZOIDALE

### II-a. — Densité de courant constante dans tout l'enroulement

Nous supposons l'enroulement limité par deux cylindres de rayons  $y_1$  et  $y_2$  et par les deux nappes d'un cône de sommet O, tout l'ensemble étant de révolution autour de l'axe Ox.

La couche élémentaire comprise entre les cylindres de rayons  $y$  et  $y + dy$  et les plans d'abscisses  $-x$  et  $+x$  (fig. 22) produit un champ magnétique élémentaire :

$$dH_0 = \frac{4 \pi i_0 x}{10 \eta} \cdot \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

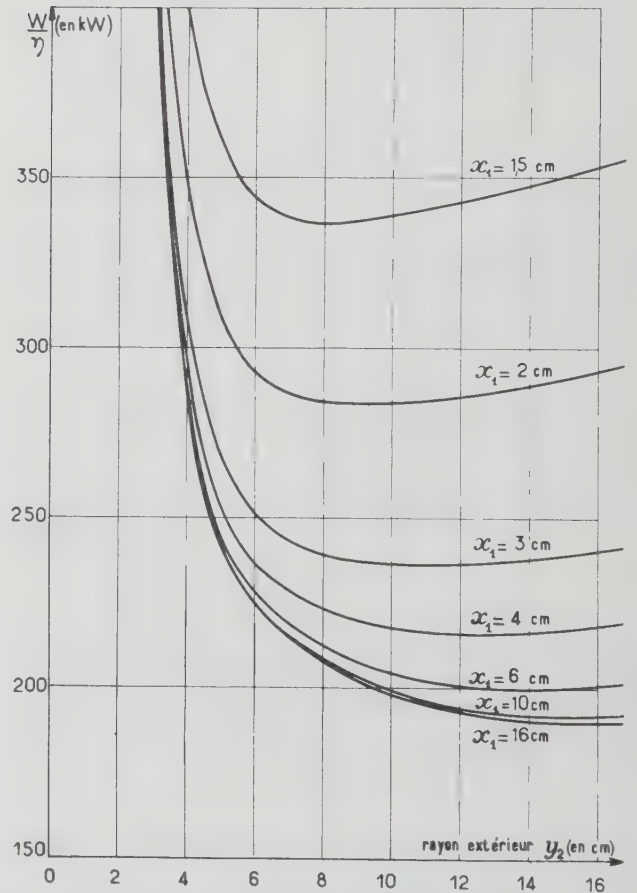


FIG. 19. — Bobine I.d (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y} f(x)$ . Variation de la puissance consommée en fonction de  $y_2$ , pour diverses valeurs de  $x_1$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

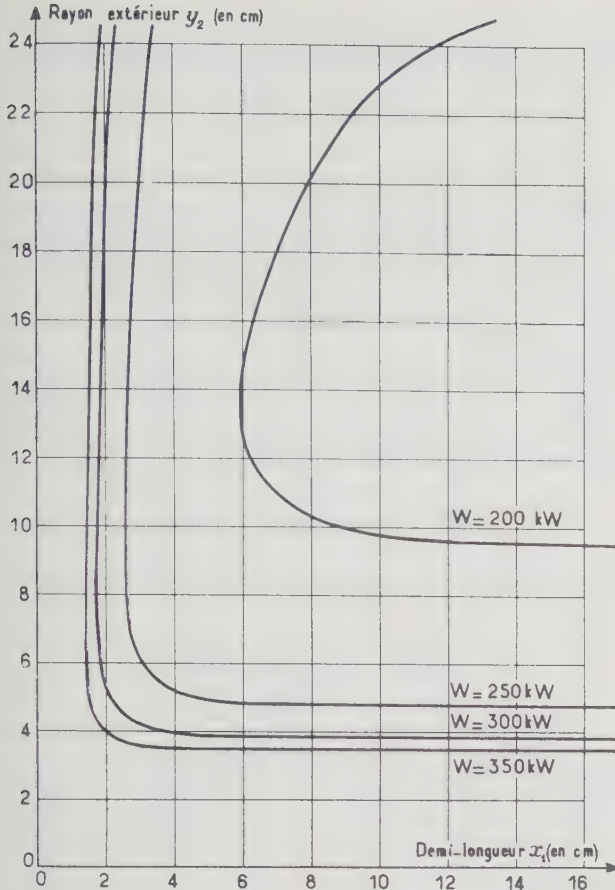


FIG. 20. — Bobine I. d (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y} f(x)$ . Courbes d'égales valeurs de  $\frac{W}{\eta}$  en fonction de  $x_1$  et  $y_2$ . On suppose  $y_1 = 2$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds.

(Lire  $\frac{W}{\eta} = 200$  kW, 250 kW ... au lieu de  $W = 200$  kW, 250 kW)

La puissance élémentaire consommée est :

$$dW = 4\pi\rho x \frac{i_0^2}{\eta} y dy = \frac{100\rho\eta}{4\pi} (dH_0)^2 \frac{(x^2 + y^2)y}{x dy}.$$

Pour des valeurs données de  $y$ , de  $dy$  et de  $dH_0$ , le quotient  $\frac{dW}{dH_0}$  est minimum lorsque  $\frac{x^2 + y^2}{x}$  est minimum, c'est-à-dire lorsque  $x = y$ . Nous supposons cette condition remplie dans les bobines à gorge trapézoïdale que nous étudierons.

Les expressions de  $dH_0$  et de  $dW$  deviennent dans ce cas :

$$dH_0 = \frac{2\pi i_0 \sqrt{2}}{10\eta} dy.$$

$$dW = 4\pi\rho \frac{i_0^2}{\eta} y^2 dy.$$

Pour la totalité de l'enroulement, nous obtenons :

$$H_0 = \frac{2\pi i_0 \sqrt{2}}{10\eta} (y_2 - y_1),$$

$$W = \frac{4\pi\rho i_0^2}{3\eta} (y_2^3 - y_1^3).$$

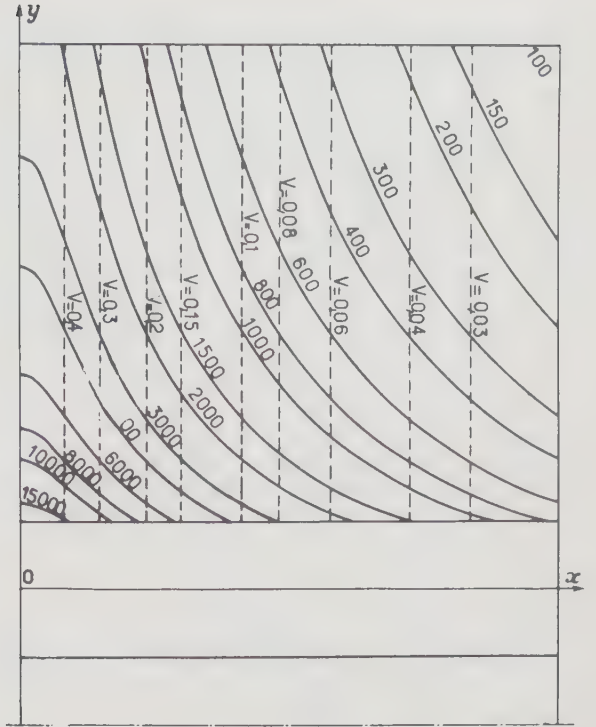


FIG. 21. — Bobine I. d (gorge rectangulaire). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y} [(x^2 + y_1^2)^{-1/2} - (x^2 + y_2^2)^{-1/2}] \frac{y_1 y_2}{y_2 - y_1}$ . Courbes d'égales valeurs de  $\frac{1}{\eta}$  (traits pleins) et de  $\frac{1}{\eta}$  (traits pointillés) correspondant à :  $x_1 = 16$  cm,  $y_1 = 2$  cm,  $y_2 = 16$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Quart de coupe longitudinale.

D'où, en éliminant  $i_0$  :

$$W = \frac{100\rho\eta H_0^2 (y_2^3 - y_1^3)}{6\pi (y_2 - y_1)^2}.$$

L'étude de  $\frac{dW}{dH_0}$  montre que  $W$  est minimum lorsque  $y_2 = y_1 (1 + \sqrt{3})$ .

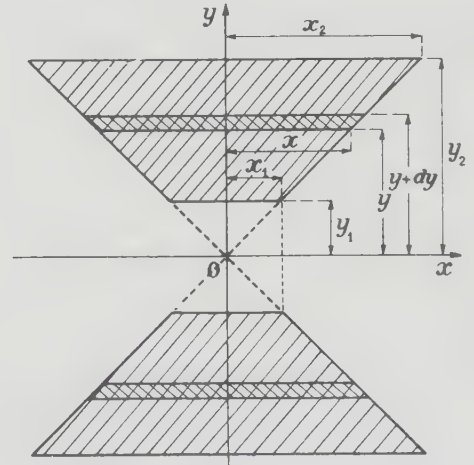


FIG. 22

Les résultats numériques, calculés toujours dans les mêmes conditions sont donnés par les figures 23 et 24.

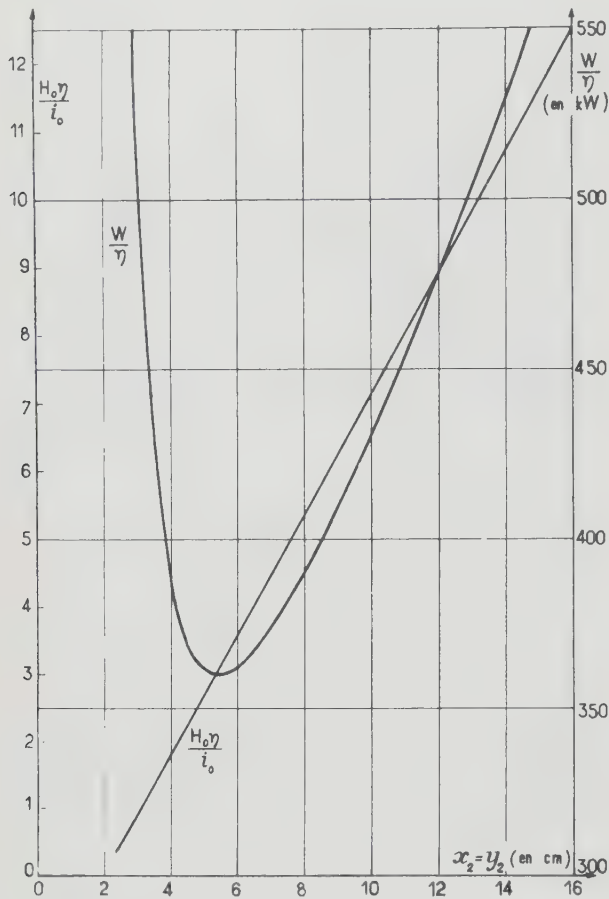


FIG. 23. — Bobine II. a (gorge trapézoïdale). Densité de courant constante. Valeurs de  $\frac{H_0 \eta}{i_0}$  et de  $\frac{W}{\eta}$  pour  $x_1 = y_1 = 2$  cm.

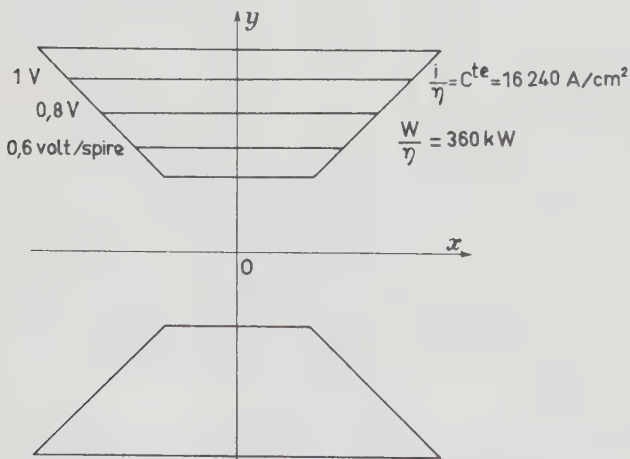


FIG. 24. — Bobine II. a (gorge trapézoïdale). Densité de courant constante. Lignes d'égales valeurs de  $\frac{V}{\eta}$  correspondant à :  $x_1 = y_1 = 2$  cm,  $x_2 = y_2 = 5,46$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Coupe longitudinale. Echelle : 1/2.

II-b. — Densité de courant constante sur une même couche, mais variant d'une couche à l'autre suivant

$$\text{la loi : } i = \frac{i_0}{y}.$$

Cet enroulement consomme moins que le précédent, et il est facile à réaliser en enroulant une bande de cuivre d'épaisseur constante et de largeur progressivement croissante. Par contre, ce mode de construction ne permet pas la répartition la meilleure du liquide servant au refroidissement.

La forme extérieure de l'enroulement est la même que dans le cas n° II-a. Dans l'hypothèse la plus favorable, où  $x = y$ , le champ magnétique produit en O par l'enroulement complet est :

$$H_0 = \frac{2 \pi \sqrt{2} i_0}{10 \eta} \text{Log}_e \frac{y_2}{y_1}.$$

La puissance consommée dans l'enroulement entier vaut :

$$W = \frac{4 \pi \rho i_0^2}{\eta} (y_2 - y_1).$$

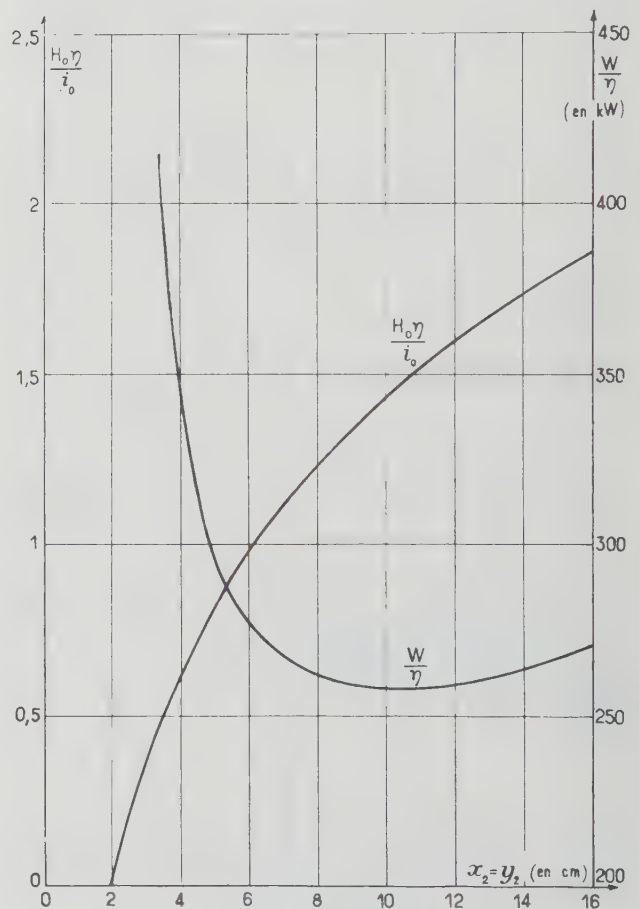


FIG. 25. — Bobine II. b (gorge trapézoïdale). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ . Valeurs de  $\frac{H_0 \eta}{i_0}$  et de  $\frac{W}{\eta}$  pour  $x_1 = y_1 = 2$  cm.

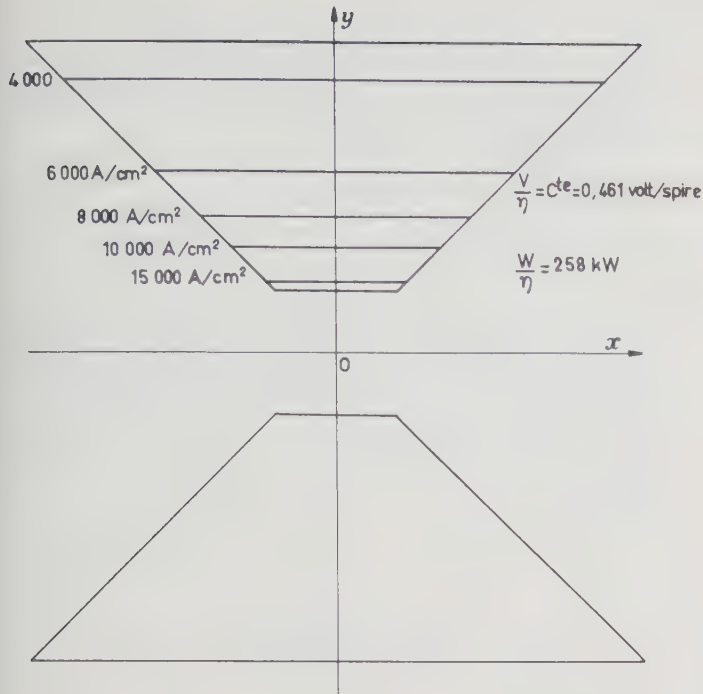


FIG. 26. — Bobine II. b (gorge trapézoïdale). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ . Lignes d'égales valeurs de  $\frac{i}{\eta}$  correspondant à :  $x_1 = y_1 = 2$  cm,  $x_2 = y_2 = 10$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Coupe longitudinale.

La chute de tension le long d'une spire de rayon  $y$  est :

$$V = 2\pi\rho i y = 2\pi\rho i_0.$$

Dans ce cas particulier, elle est indépendante du rayon de la spire dans un même enroulement.

Les résultats numériques sont donnés par les figures 25 et 26.

II-c. — Densité de courant constante sur une même couche, mais variant d'une couche à l'autre suivant

$$\text{la loi : } i = \frac{i_0}{y^2}.$$

La forme extérieure de l'enroulement est la même que dans le cas n° II-a, et on suppose toujours que  $x_1 = y_1$  et  $x_2 = y_2$ . Parmi tous les enroulements à densité de courant constante sur une même couche, quelles que soient la loi de variation de  $i$  en fonction de  $y$  et la forme extérieure de l'enroulement, celui-ci est le plus économique au point de vue de la puissance nécessaire pour produire un champ magnétique donné. Par contre, la densité de courant doit atteindre une valeur considérable dans les spires centrales, dont le refroidissement est ainsi rendu plus difficile. L'appareil conçu par Cotton, Piccard et Huguenard, et utilisé par Fortrat et Dejean pour l'étude de la saturation magnétique du fer [54], se rapprochait beaucoup de ces conditions de répartition de la densité de courant.

Le champ magnétique produit par une couche élémentaire est :

$$dH_0 = \frac{2\pi i_0 \sqrt{2}}{10\eta} \frac{dy}{y^2},$$

$$dW = \frac{4\pi\rho i_0^2}{\eta} \frac{dy}{y^2}.$$

Dans ce cas particulier,  $\frac{dH_0}{dW}$  est indépendant de  $y$ .

On obtient, en intégrant :

$$H_0 = \frac{2\pi\sqrt{2}i_0}{10\eta} \left( \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} \right)$$

$$W = \frac{4\pi\rho i_0^2}{\eta} \left( \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} \right)$$

La chute de tension le long d'une spire de rayon  $y$  est :

$$V = 2\pi\rho i y = 2\pi\rho \frac{i_0}{y}.$$

Les résultats numériques sont donnés par les figures 27 et 28.

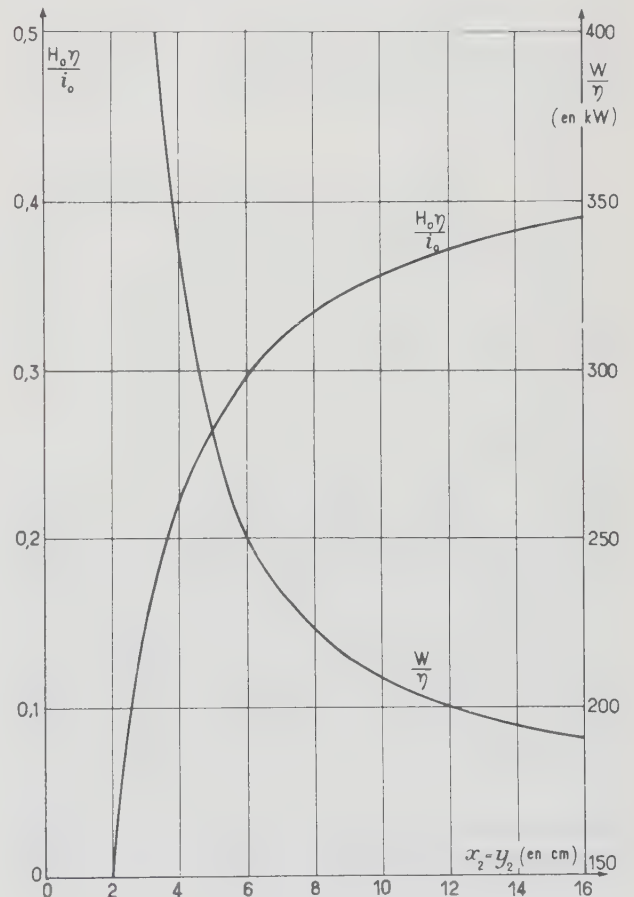


FIG. 27. — Bobine II. c (gorge trapézoïdale). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y^2}$ . Valeurs de  $\frac{H_0\eta}{i_0}$  et de  $\frac{W}{\eta}$  pour  $x_1 = y_1 = 2$  cm.

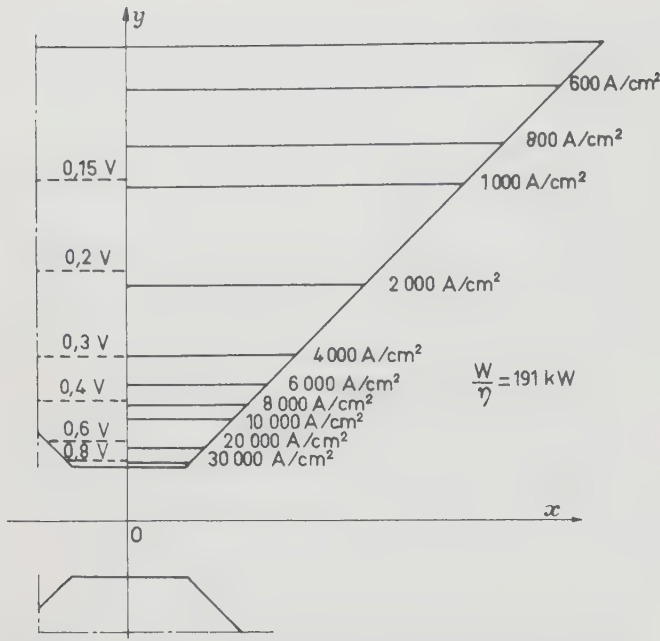


FIG. 28. — Bobine II. c (gorge trapézoïdale). Densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y^2}$ . Lignes d'égales valeurs de  $\frac{i}{\eta}$  (traits pleins) et de  $\frac{V}{\eta}$  (traits pointillés) correspondant à  $x_1 = y_1 = 2$  cm,  $x_2 = y_2 = 16$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Coupe longitudinale partielle.

### III. — BOBINES A FORMES DIVERSES

De très nombreux types de bobines peuvent être envisagés. Il convient toutefois de se limiter à l'étude des enroulements présentant un réel intérêt, soit en raison de leur simplicité de construction, soit en raison de leur rendement satisfaisant, soit pour toute autre cause. Nous retiendrons seulement ici, à titre de comparaison, le cas idéal de la répartition de Lord Kelvin.

#### III-a. — Bobines à répartition de Lord Kelvin

Cet enroulement est d'une réalisation extrêmement difficile, car la section du fil doit être continuellement variable d'une spire à l'autre. De plus, on est conduit à adopter, au moins pour les petites bobines produisant des champs intenses, des valeurs prohibitives de la densité de courant dans les spires centrales. Ce mode de répartition des densités de courant ne présente donc guère d'intérêt pratique. Nous l'étudierons sommairement cependant, car c'est celui qui nécessite, pour des dimensions déterminées du canal de la bobine et pour une valeur donnée du champ magnétique produit au centre, la valeur la plus faible de la puissance consommée par effet Joule. C'est donc un cas limite.

En utilisant toujours les mêmes notations (fig. 4), le champ magnétique créé en O par la bobine élémentaire comprise entre les plans d'abscisses  $x$  et  $x + dx$  et les cylindres de rayons  $y$  et  $y + dy$  est :

$$d^2 H_0 = \frac{2\pi i}{10\eta} \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} dx dy.$$

La puissance consommée dans cette même bobine élémentaire a pour expression :

$$d^2 W = \frac{2\pi \rho}{\eta} i^2 y dx dy.$$

La densité de courant  $i$  est une fonction de  $x$  et de  $y$  :

$$i = i_0 f(x, y).$$

Pour qu'un enroulement de dimensions finies déterminées consomme une puissance minima en produisant un champ donné, il faut que, pour les diverses bobines élémentaires qui composent l'enroulement,

$$\frac{d^2 H_0}{d^2 W} \text{ soit indépendant de } x \text{ et de } y :$$

$$\frac{d^2 H_0}{d^2 W} = \text{Constante} = \frac{y}{10\rho i_0 f(x, y) (x^2 + y^2)^{3/2}}.$$

D'où :

$$i = i_0 \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$

On en déduit :

$$H_0 = \frac{2\pi i_0}{10\eta} \iint_s \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^3} dx dy.$$

et

$$W = \frac{2\pi \rho i_0^2}{\eta} \iint_s \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^3} dx dy.$$

La chute de potentiel électrique le long d'une spire de l'enroulement a pour expression :

$$V = 2\pi \rho i y = \frac{2\pi \rho i_0 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$

Il est donc possible de réunir en parallèles les spires correspondant à une valeur constante de  $V$ , c'est-à-dire toutes celles qui rencontrent une même courbe d'équation :

$$V = \frac{2\pi \rho i_0 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \text{Constante}.$$

D'autre part, la densité de courant conserve la même valeur sur toute la surface de révolution dont la méridienne a pour équation :

$$\frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \text{Constante}.$$

Sur une telle surface, si les conducteurs sont connectés en série, ils doivent avoir une section d'aire constante.

Supposons la bobine limitée intérieurement par un cylindre de rayon  $y_1$  et extérieurement par une surface de densité de courant constante. Pour la loi choisie de répartition des densités de courant et pour divers enroulements de même volume, cette forme extérieure correspond à la valeur minima de la puissance consommée pour produire un champ donné.

Dans ces conditions, le tableau I donne, pour quelques valeurs particulières du rayon extérieur maximum  $y_2$  de l'enroulement, les valeurs correspondantes de :

- $x_1$  (demi-longueur du canal cylindrique de la bobine);
- $x_2$  (demi-longueur de l'enroulement);
- $\frac{i_0}{\eta}$  (en A/cm<sup>2</sup>) et  $\frac{i_1}{\eta}$  (dans la spire centrale) correspondant à  $H_0 = 50\,000$  oersteds et  $y_1 = 2$  cm.
- $\frac{V_1}{\eta}$ ,  $V_1$  étant la chute de tension (en volts) pour un tour dans la spire centrale.
- $\frac{W}{\eta}$ ,  $W$  étant la puissance consommée dans l'enroulement (en kW).

TABLEAU I

Bobine à répartition de Lord Kelvin :  
 $H_0 = 50\,000$  oersteds,  $y_1 = 2$  cm.

|                                         |         |         |         |          |
|-----------------------------------------|---------|---------|---------|----------|
| $x_1$ (cm) ..                           | 3,8     | 5,6     | 12,6    | $\infty$ |
| $x_2$ (cm) ..                           | 4,1     | 6,5     | 20,1    | $\infty$ |
| $y_2$ (cm) ..                           | 6,4     | 10,4    | 32,4    | $\infty$ |
| $\frac{i_0}{\eta}$ (A/cm <sup>2</sup> ) | 215 000 | 171 000 | 146 000 | 135 000  |
| $\frac{i_1}{\eta}$ (A/cm <sup>2</sup> ) | 53 700  | 42 700  | 36 500  | 33 800   |
| $\frac{V_1}{\eta}$ (volts) .            | 1,42    | 1,13    | 0,963   | 0,892    |
| $\frac{W}{\eta}$ (kW) ..                | 226     | 180     | 154     | 142      |

On voit que, pour ce mode de répartition, la densité de courant dans la spire centrale atteint des valeurs très élevées et difficilement admissibles. De plus, le simple examen des courbes d'égales valeurs de  $\frac{i}{\eta}$  et

de  $\frac{V}{\eta}$  tracées sur la figure 29 montre combien la réalisation d'un tel enroulement serait compliquée, surtout lorsqu'on doit tenir compte des conditions de refroidissement étudiées plus loin.

Toutefois, le tableau I présente l'intérêt d'indiquer la limite inférieure de la puissance nécessaire pour produire un champ magnétique de 50 000 oersteds dans les conditions posées (bobine sans circuit magnétique, creux cylindrique de rayon  $y_1 = 2$  cm,

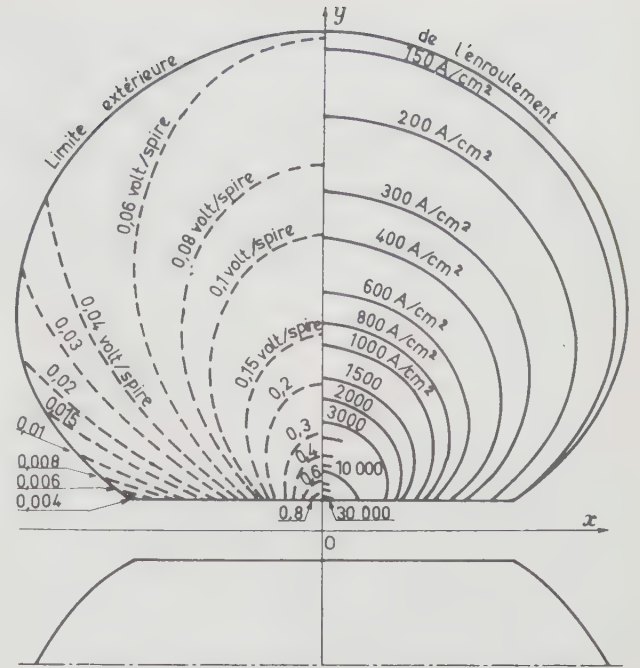


FIG. 29. — Bobine III. a (enroulement de Lord Kelvin). Densité de courant :  $i = \frac{i_0 y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$ . Lignes d'égale valeur de  $\frac{i}{\eta}$  (traits pleins) et de  $\frac{V}{\eta}$  (traits pointillés) correspondant à :  $y_1 = 2$  cm,  $y_2 = 32,4$  cm et  $H_0 = 5 \times 10^4$  oersteds. Coupe longitudinale partielle.

enroulement en cuivre pur, température de fonctionnement d'environ 75° C).

## COMPARAISON

## DES DIFFÉRENTS ENROULEMENTS ENVISAGÉS

L'étude qui précède montre que le choix de la forme extérieure de l'enroulement, de ses dimensions et de la loi de répartition des densités de courant présente une grande importance. C'est la première étude à entreprendre pour un projet de construction de bobine sans fer, car elle conditionne tout le reste. En particulier, ce choix influe beaucoup sur la puissance consommée par la bobine pour fournir un champ magnétique donné dans un canal cylindrique de rayon fixé à l'avance et sur la valeur maxima de la densité de courant nécessaire, qui conditionnent à leur tour le refroidissement correct de la bobine. De plus, les courbes d'égales valeurs de la densité de courant tracées dans les cas particuliers étudiés déterminent les lieux des points où les conducteurs doivent avoir des sections d'aires égales, lorsqu'ils sont connectés en série. D'autre part, les courbes d'égales valeurs de  $\frac{V}{\eta}$  sont les lieux des points suivant lesquels les spires peuvent être connectées en parallèles.

Le tableau II récapitulatif permet de comparer immédiatement les caractéristiques calculées de divers enroulements choisis parmi les plus avantageux correspondant à chacune des formes et des répartitions envisagées. Ces enroulements sont représentés en coupes longitudinales respectivement par les figures 9, 13, 17, 21, 24, 26, 28 et 29. On a admis dans tous les cas un canal cylindrique de 2 cm de rayon et un champ magnétique de 50 000 oersteds produit

au centre. On voit que la puissance nécessaire et la valeur maxima de la densité de courant varient beaucoup selon les cas.

Ce tableau met en évidence le nouveau mode de répartition envisagé (n° I-d). D'une construction simple et robuste, il consomme une puissance très modérée et ne nécessite pas une valeur maxima trop élevée de la densité de courant. Il est donc très avantageux.

TABLEAU II. — *Récapitulatif*

Lois de répartition de la densité de courant :

I-a :  $i = \text{constante}$ .

$$\text{I-b : } i = \frac{i_0}{y}$$

$$\text{I-c : } i = \frac{i_0 x_1}{y \sqrt{x_1^2 + y^2}}$$

$$\text{I-d : } i = \frac{i_0}{y} \left[ (x^2 + y_1^2)^{-\frac{1}{2}} - (x^2 + y_2^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \frac{y_1 y_2}{y_2 - y_1}$$

II-a :  $i = \text{constante}$ 

$$\text{II-b : } i = \frac{i_0}{y}$$

$$\text{II-c : } i = \frac{i_0}{y^2}$$

$$\text{III-a : } i = \frac{i_0 y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \text{ (Lord Kelvin)}$$

| FORME<br>DE LA GORGE<br>DE LA BOBINE                                                                            | RECTANGULAIRE<br>$x_1 = x_2$                                      |                                                                  |                                                               |                                                                | TRAPÉZOÏDALE<br>$x_1 = y_1 \quad x_2 = y_2$                       |                                                                  |                                                               | $\frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = C^{te}$                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| N°                                                                                                              | I-a                                                               | I-b                                                              | I-c                                                           | I-d                                                            | II-a                                                              | II-b                                                             | II-c                                                          | III-a                                                     |
| $x_1$ (cm) . . . . .                                                                                            | 4                                                                 | 4                                                                | 4                                                             | 16                                                             | 2                                                                 | 2                                                                | 2                                                             | 12,6                                                      |
| $x_2$ . . . . .                                                                                                 | 4                                                                 | 4                                                                | 4                                                             | 16                                                             | 5,46                                                              | 10                                                               | 16                                                            | 20,1                                                      |
| $y_1$ . . . . .                                                                                                 | 2                                                                 | 2                                                                | 2                                                             | 2                                                              | 2                                                                 | 2                                                                | 2                                                             | 2                                                         |
| $y_2$ . . . . .                                                                                                 | 6                                                                 | 10                                                               | 16                                                            | 16                                                             | 5,46                                                              | 10                                                               | 16                                                            | 32,4                                                      |
| $\frac{H_0 \eta}{i_0}$ . . . . .                                                                                | 3,59                                                              | 1,32                                                             | 0,973                                                         | 1,31                                                           | 3,08                                                              | 1,43                                                             | 0,389                                                         | 0,343                                                     |
| $\frac{i}{\eta}$ (A/cm <sup>2</sup> ) $\left\{ \begin{array}{l} \text{max.} \\ \text{min.} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 13\,900 \\ 13\,900 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 18\,900 \\ 3\,780 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 23\,000 \\ 779 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 19\,000 \\ 96,9 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 16\,200 \\ 16\,200 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 17\,500 \\ 3\,500 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 32\,200 \\ 502 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 36\,500 \\ \end{array} \right.$ |
| $\frac{V}{\eta}$ (volts) $\left\{ \begin{array}{l} \text{max.} \\ \text{min.} \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} 1,10 \\ 0,368 \end{array} \right.$      | $\left\{ \begin{array}{l} 0,498 \\ 0,498 \end{array} \right.$    | $\left\{ \begin{array}{l} 0,606 \\ 0,164 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 0,502 \\ 0,0205 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 1,17 \\ 0,43 \end{array} \right.$       | $\left\{ \begin{array}{l} 0,461 \\ 0,461 \end{array} \right.$    | $\left\{ \begin{array}{l} 0,849 \\ 0,106 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$ 0,963      |
| $\frac{W}{\eta}$ (kW) . . . . .                                                                                 | 328                                                               | 242                                                              | 216                                                           | 190                                                            | 360                                                               | 258                                                              | 191                                                           | 154                                                       |
| vol . . . . .                                                                                                   | 0,804                                                             | 2,41                                                             | 6,33                                                          | 25,3                                                           |                                                                   | 4,16                                                             | 17,1                                                          |                                                           |

vol = volume total de l'enroulement en dm<sup>3</sup>.

## DEUXIÈME PARTIE

## REFROIDISSEMENT DES ENROULEMENTS

Nous avons déjà étudié cette question dans deux publications antérieures [55] [56]. Nous rappellerons seulement ci-dessous la première, sous une forme fortement complétée et remaniée. Pour le reste, le lecteur pourra se reporter au texte cité en référence [56].

### I. — CONSIDERATIONS GENERALES, VALABLES POUR LES DIFFERENTS MODES DE REFROIDISSEMENT

#### *Enoncé des trois conditions principales de refroidissement*

Trois conditions principales doivent être remplies pour assurer un refroidissement correct d'une bobine :

1. — Le débit de fluide servant au refroidissement doit être suffisant pour que sa température, en aucun point, ne s'élève exagérément, afin de limiter le plus possible l'augmentation de la résistivité du métal et de la puissance consommée. En tous cas, la température finale du fluide doit être nettement inférieure à sa température d'ébullition sous la pression de sortie, afin d'éviter tout risque de caléfaction.

2. — La puissance dissipée par unité de surface de contact entre le métal conducteur et le liquide ou le gaz servant au refroidissement ne doit pas dépasser une valeur limite qui dépend de la nature du fluide et de sa vitesse d'écoulement. Lorsque le refroidissement du conducteur est obtenu par un courant d'eau rapide, on peut admettre sans aucun danger une puissance dissipée de 200 W/cm<sup>2</sup>. La résistivité du métal est alors à peine plus élevée qu'à froid, donc sa température reste modérée. On pourrait admettre des valeurs beaucoup plus élevées de la puissance dissipée par centimètre carré, mais l'adoption de cette valeur plus modeste permet un

fonctionnement sûr. L'échange thermique est fortement ralenti lorsque le métal est recouvert d'une couche isolante, même très mince. Par exemple, la puissance maxima pouvant être dissipée par unité de surface de contact entre le cuivre et l'eau est divisée par 10 environ lorsque la surface est seulement recouverte d'une couche de vernis de 0,02 mm.

3. — En raison d'un flux continu de chaleur du métal vers le liquide, on observe que la température n'est pas uniforme dans le métal. Elle peut, dans certains cas, être beaucoup plus élevée au voisinage des faces non refroidies que le long des faces en contact avec le fluide. La troisième condition de refroidissement exprime qu'elle ne doit être nulle part exagérée, afin d'éviter la détérioration des isolants, l'augmentation prohibitive de la résistivité et même la fusion de l'enroulement.

#### *Stabilité du fonctionnement*

Pour une bobine déterminée, les différentes données (intensité du courant électrique, débit d'eau, température initiale de l'eau) étant fixées, la puissance qui peut être emportée par le courant d'eau dans une portion du circuit est une fonction croissante de la température moyenne  $\theta$  du conducteur :

$$P_1 = f_1(\theta).$$

D'autre part, la résistance  $R$  d'une portion de l'enroulement et, par conséquent, la puissance  $P_2$  consommée par effet Joule sont aussi des fonctions croissantes de  $\theta$ . Si la résistance  $R$  à la température  $\theta$  est liée à la résistance  $R_0$  à 0°C par la relation  $R = R_0 f_2(\theta)$ , nous avons :

$$P_2 = R I^2 = R_0 I^2 f_2(\theta).$$

En régime permanent, nous devons avoir :

$$P_1 = P_2$$

Pour que le fonctionnement soit stable, il faut qu'une augmentation accidentelle de  $\theta$  entraîne une augmentation de  $P_1$  plus rapide que celle de  $P_2$ . Si

la bobine est alimentée à intensité constante,  $R_0$  et  $I$  sont constants. La condition s'écrit :

$$\frac{\partial P_1}{\partial \theta} > \frac{\partial P_2}{\partial \theta}$$

ou :

$$\frac{\partial [f_1(\theta)]}{\partial \theta} > \frac{R_0 I^2 \partial [f_2(\theta)]}{\partial \theta}$$

Tant que la densité de courant est faible, c'est-à-dire tant que la température du conducteur est modérée, cette condition est largement satisfaite; mais, au-delà d'une valeur critique de l'intensité (donc de la température), le sens de l'inégalité s'inverse : un échauffement accidentel entraîne une augmentation de  $P_2$  plus rapide que celle de  $P_1$ , donc l'élévation irréversible de la température du fil et sa fusion. Dans les essais que nous avons effectués, lorsque l'intensité est légèrement inférieure à cette valeur critique, la résistivité du cuivre est à peu près trois fois celle du métal à  $0^\circ\text{C}$ , ce qui correspond à une température moyenne du métal de l'ordre de  $450$  à  $500^\circ\text{C}$ . Dès que l'intensité atteint environ 70 % de cette valeur limite, le fonctionnement devient bruyant en raison de la caléfaction qui se produit à la surface de contact entre le métal et l'eau.

Ces résultats sont valables lorsque la bobine est alimentée à intensité constante, par exemple au moyen d'une alimentation munie d'un dispositif de stabilisation de l'intensité. Ils sont encore approximativement valables lorsque la bobine est alimentée sous tension constante, dans le cas défavorable où des différences de températures importantes peuvent exister pendant le fonctionnement entre les différents points de l'enroulement, constitué par un conducteur assez long et fin. Il peut alors apparaître dans la bobine un « point chaud » sans que cela modifie beaucoup la température ailleurs, ni par conséquent la résistance totale et l'intensité du courant.

Mais, dans le cas où la température se maintient sensiblement uniforme en tous les points d'une bobine alimentée sous tension constante (enroulement comprenant seulement quelques spires de très grosse section), on peut écrire :

$$V = I R_0 f_2(\theta) = \text{constante},$$

et :

$$P_2 = \frac{V^2}{R_0 f_2(\theta)}.$$

La condition de stabilité s'écrit alors :

$$\frac{\partial P_1}{\partial \theta} > \frac{\partial P_2}{\partial \theta},$$

ou :

$$\frac{\partial [f_1(\theta)]}{\partial \theta} > - \frac{V^2}{R_0 [f_2(\theta)]^2} \frac{\partial [f_2(\theta)]}{\partial \theta}.$$

Le premier terme étant positif et le second négatif, dans ce cas particulier, le fonctionnement est toujours stable. Contrairement à ce qui peut se passer dans les cas précédents, la température ne s'élève

pas spontanément, sans limite, jusqu'à la fusion. Il faut toutefois que la température d'équilibre ne soit pas trop élevée pour éviter une valeur prohibitive de la résistivité et la détérioration des isolants.

En résumé, il est donc indispensable que tous les points du conducteur restent à une température modérée, afin d'éviter une valeur trop élevée de la résistivité et, dans certains cas, l'instabilité du fonctionnement entraînant la fusion de la bobine. La température de fonctionnement est exagérée si l'une quelconque des trois conditions déjà énoncées ci-dessus n'est pas satisfaite :

- 1) Si le débit du fluide est insuffisant.
- 2) Si la surface de contact métal-liquide est trop faible.
- 3) Si la différence de température entre certains points du métal et le liquide est exagérée.

### *Choix du fluide servant au refroidissement*

De nombreux corps ont été utilisés ou proposés pour le refroidissement des enroulements : air gazeux, eau, pétrole, liquides isolants divers, azote liquide, hydrogène et même hélium liquides (ce dernier dans l'espoir d'utiliser la supra-conductibilité). Nous discutons ci-dessous les conditions de leur emploi, leurs avantages et leurs inconvénients.

Le fluide utilisé doit avoir une grande résistivité lorsqu'on le fait passer entre les couches de fils, ou lorsqu'il circule dans des conducteurs tubulaires branchés en série au point de vue électrique et en parallèle au point de vue de la circulation du fluide réfrigérant (montage généralement adopté dans les électro-aimants).

Il ne faut utiliser ni un corps risquant d'altérer le métal de l'enroulement ou l'isolant, ni un électrolyte qui pourrait attaquer le métal par action secondaire de l'anion.

Les liquides combustibles sont à éviter, à moins de prendre de sérieuses précautions contre le danger d'incendie en cas de fusion d'une bobine ou de rupture de canalisation.

La quantité de chaleur emportée par seconde par un débit  $U$  de fluide est, en désignant par  $\mu$  sa masse spécifique, par  $C$  sa chaleur spécifique et par  $t_2 - t_1$  l'élévation de température du fluide entre l'entrée et la sortie :

$$Q_1 = U \mu C (t_2 - t_1).$$

Pour augmenter le plus possible  $Q_1$ , on peut chercher à augmenter ces différents facteurs :

1°) L'élévation de température  $t_2 - t_1$  doit toujours rester modérée pour les raisons déjà indiquées (augmentation de la résistivité des conducteurs et par conséquent de la puissance consommée, risques de caléfaction).

2°) L'utilisation de liquides denses et à grande chaleur spécifique permet d'augmenter le produit  $\mu C$ .

3°) On cherche surtout à augmenter le débit  $U$  du fluide. Si la puissance consommée par unité de

volume est importante, l'écoulement est presque toujours turbulent, car le refroidissement nécessite alors une grande vitesse d'écoulement, donc un nombre de Reynolds important, sauf pour les tubes capillaires. Le débit  $U$  peut, en première approximation, se déduire de formules empiriques.

Par exemple, dans le cas d'un conducteur tubulaire à section intérieure circulaire, la formule de Darcy s'écrit, en désignant par  $v$  la vitesse d'écoulement,  $P$  la perte de charge le long du tube de longueur  $l$ ,  $2a_1$  le diamètre du canal intérieur et  $k$  une constante qui dépend de la rugosité de la paroi et un peu aussi de la viscosité du fluide :

$$a_1 P = 2 k l \mu v^2.$$

D'où :

$$U = \pi \sqrt{\frac{P a_1^5}{2 k \mu l}}.$$

On voit que, pour augmenter le débit  $U$  :

— Il faut admettre une perte de charge importante lors de l'écoulement du fluide, à condition que cela n'entraîne pas toutefois une perte d'énergie prohibitive. Remarquons que cette énergie perdue contribue, elle aussi, à élever la température du liquide. On est limité de plus par la résistance mécanique des enveloppes ou des tubes dans lesquels circule le fluide.

— Malgré des difficultés de construction et une valeur parfois exagérée du coefficient de frottement, on utilise des canaux d'écoulement larges et courts, afin de diminuer  $l$  et d'augmenter  $a$ . Par exemple, les bobines d'électro-aimants puissants à conducteurs tubulaires sont généralement fractionnées en plusieurs galettes branchées en parallèle pour la circulation de l'eau. Il faut aussi que les canaux présentent le moins possible d'aspérités intérieures, afin de diminuer  $k$ .

— On emploie de préférence un fluide à faible viscosité, ce qui diminue un peu la valeur de  $k$ , et permet d'augmenter légèrement le débit.

En définitive, la quantité de chaleur emportée chaque seconde par le débit  $U$  de fluide a pour expression :

$$Q_1 = U \mu C (t_2 - t_1).$$

D'où, en remplaçant  $U$  par sa valeur déduite de la formule de Darcy (cas des conducteurs tubulaires) :

$$Q_1 = \pi \sqrt{\frac{P a_1^5}{2 k \mu l}} \mu C (t_2 - t_1).$$

$Q_1$  est donc seulement à peu près proportionnel à  $\mu^{1/2}$  (lorsque  $k$  reste constant) et non proportionnel à  $\mu$  comme on pourrait le supposer à première vue.

En tenant compte de toutes les conditions déjà énoncées, on peut comparer divers fluides :

*Gaz.* — Les gaz ont une faible viscosité et sont généralement de bons isolants électriques. Leur chaleur spécifique (rapportée à l'unité de masse) dépend

du type d'écoulement que l'on considère, et elle peut être assez importante. Malheureusement, leur masse spécifique est minime. De plus, leur coefficient d'échange thermique superficiel par convection est beaucoup plus réduit que celui des liquides. Par exemple, celui de l'air est, à vitesse égale, 280 fois plus faible que celui de l'eau. C'est pourquoi, bien que les gaz permettent d'obtenir de grandes vitesses d'écoulement beaucoup plus facilement que les liquides, leur emploi est limité pour le moment au refroidissement de bobines à faible puissance, ou de bobines de grand volume.

*Eau.* — C'est un liquide réfrigérant très souvent employé. Elle présente une assez faible viscosité, une grande chaleur spécifique, une masse spécifique assez importante et une grande résistivité lorsqu'elle est pure. En l'absence d'air, elle n'attaque pas le cuivre. Elle remplit donc à peu près toutes les conditions requises. Lorsque l'eau des canalisations urbaines est peu chargée en sels dissous, on peut l'utiliser directement, ce qui évite l'emploi d'une pompe. Dans le cas contraire, il est préférable d'employer de l'eau distillée ou de l'eau déminéralisée par passage sur des permutites, ou tout simplement de l'eau de pluie accumulée dans une citerne et mise en mouvement en circuit fermé. Si la citerne n'est pas très grande, l'emploi d'un procédé de refroidissement de l'eau (radiateur par exemple) est nécessaire. Même dans le cas où le liquide circule entre les couches conductrices, nous avons constaté que l'électrolyse ne produit aucun inconvénient notable pour une différence de potentiel de 15 volts et même davantage entre deux surfaces conductrices en regard refroidies par de l'eau de pluie.

*Liquides isolants.* — Deslandres et Pérot avaient essayé l'emploi du pétrole [57] pour le refroidissement des enroulements, mais l'avaient ensuite abandonné au profit de l'eau [58]. Le pétrole présente bien en effet l'avantage d'être isolant, mais sa chaleur spécifique est deux fois plus faible que celle de l'eau, sa viscosité est plus grande et il est combustible. Enfin, son emploi est moins simple que celui de l'eau. Toutefois, certaines installations récentes utilisent comme réfrigérant un liquide isolant lorsque la tension d'alimentation est assez élevée et que les phénomènes d'électrolyse sont à craindre. Ce procédé entraîne des complications : il faut une pompe pour faire circuler le liquide et un échangeur pour le refroidir. De plus, si le liquide réfrigérant est combustible, des précautions importantes doivent être prises contre les dangers d'incendie. On cherche souvent à éviter ce dernier inconvénient en utilisant un liquide réfrigérant, isolant et incombustible.

*Utilisation des changements d'état.* — A première vue, il semblerait intéressant d'utiliser, pour réduire le débit de fluide nécessaire, les très grosses chaleurs latentes de transformation [59]. Nous discutons rapidement dans la publication [55] les conditions d'utilisation de cette méthode qui paraît diffi-

cilement applicable en régime permanent, lorsque la puissance consommée est grande, tant dans le cas de la vaporisation que dans celui de la fusion. Mais, lorsque la puissance consommée est assez faible, comme dans les bobines fonctionnant à basse température, on peut laisser bouillir le liquide réfrigérant (azote, hydrogène liquéfiés), car la quantité modérée de gaz formés peut s'évacuer facilement par les canaux de circulation.

*Azote liquide.* — Le refroidissement des enroulements au moyen d'azote liquide, proposé depuis longtemps [60], et réalisé depuis quelque années [61, 62], offre des avantages importants :

— La résistivité du cuivre à la température de l'azote liquide est environ six fois plus faible qu'à la température ordinaire. Cela permet de diminuer beaucoup la puissance consommée en courant continu bien stabilisé, pendant le fonctionnement, bien que la température moyenne du conducteur chauffé par effet Joule soit nettement supérieure à celle du liquide, particulièrement en raison du brusque saut de température au contact métal-liquide.

— Dans le cas où la bobine est utilisée pour des mesures aux basses températures, on peut placer directement le vase Dewar contenant l'hydrogène ou l'hélium liquide dans le canal de la bobine refroidie à l'azote liquide. Ainsi, en évitant le deuxième vase Dewar contenant de l'azote liquide, on diminue beaucoup le volume dans lequel doit s'exercer le champ magnétique.

Par contre, cette méthode présente aussi des inconvénients :

— Si l'azote liquide, après vaporisation, est évacué directement à l'extérieur, l'opération est déficitaire : l'économie de puissance due à la diminution de la résistivité ne compense pas la puissance consommée pour produire l'azote liquide nécessaire. Toutefois, cela permet, en accumulant à l'avance la grosse quantité d'azote liquide nécessaire, de diminuer la puissance maxima empruntée au réseau, bien que l'énergie totale consommée pour un temps donné de fonctionnement soit plus grande qu'à la température ordinaire. Le rendement de l'opération peut d'ailleurs être grandement amélioré en effectuant le refroidissement en régime continu avec un groupe frigorigène fonctionnant à l'azote liquide.

— L'installation nécessite l'emploi d'un liquéfacteur à grand débit.

— L'azote liquide utilisé doit être exempt d'oxygène car, pendant l'ébullition, la proportion d'oxygène liquide augmente et pourrait devenir dangereuse au contact des substances organiques ou même au contact du cuivre en cas de fusion de l'enroulement [62].

En somme, cette méthode paraît surtout indiquée dans le cas de mesures aux basses températures.

*Hydrogène liquide.* — Ce mode de refroidissement paraît avoir de gros avantages pour les mesures aux basses températures :

— L'emploi d'un métal monocristallin spécialement purifié (cuivre, aluminium) permet, par refroidissement à l'hydrogène liquide, de diviser par 200 ou même davantage la résistivité du métal à la température ordinaire, en l'absence de champ magnétique [63].

— Les propriétés de l'hydrogène liquide sont très favorables aux échanges thermiques.

— Comme dans le cas précédent, pour les mesures aux basses températures, on évite l'un des vases Dewar servant d'écran thermique.

Mais ce procédé présente aussi quelques inconvénients :

— Sous l'action du champ magnétique créé par la bobine, la résistivité du métal augmente notablement, de sorte que l'économie est moins importante que ce qu'on pourrait espérer.

— Un liquéfacteur à très grand débit, et éventuellement des réservoirs de stockage pour l'hydrogène liquide sont nécessaires.

— Des précautions doivent être prises contre l'incendie et les mélanges détonants.

Le refroidissement par l'hydrogène liquide de bobines pour champs intenses fonctionnant en régime permanent, envisagé en particulier par S. C. Collins <sup>(1)</sup>, a été rendu possible par les progrès réalisés dans les liquéfacteurs. Une bobine de ce genre a été réalisée par H. L. Laquer, à Los Alamos (U.S.A.) [64, 65]. La publication [65] contient une discussion des conditions dans lesquelles ces bobines entraînent une économie de puissance et des problèmes relatifs à leur construction et à leur emploi.

*Hélium liquide.* — Ce procédé de refroidissement a été envisagé bien souvent dans l'espoir d'utiliser la supra-conductibilité. Dans l'état actuel des connaissances, il paraît difficilement utilisable pour les bobines sans fer produisant des champs magnétiques intenses. En effet, la supra-conductibilité disparaît lorsque la densité de courant dans les conducteurs devient trop grande ou lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique suffisant.

Dans ce qui suit, nous envisageons uniquement le cas du refroidissement par eau. Mais les résultats peuvent aisément être transposés pour d'autres procédés de refroidissement.

## II. — REFROIDISSEMENT DES ENROULEMENTS CONSTITUES PAR DES CONDUCTEURS TUBULAIRES

Le fluide servant au refroidissement circule dans le canal central du tube, parallèlement au courant électrique. On utilise, selon les cas, des tubes de sections variées : carrée ou quelquefois circulaire à

(1) Renseignement aimablement fourni par R. Spöndlin.

l'extérieur, et circulaire, carrée, ou quelquefois même de forme plus compliquée à l'intérieur.

*Première condition.* — Sauf dans le cas des tubes de section intérieure très petite, l'écoulement est nécessairement turbulent si la puissance consommée par unité de volume est importante. La formule empirique de Darcy fournit alors une relation approchée, dans le cas d'un canal intérieur circulaire de diamètre  $2a_1$ , entre les différentes variables : perte de charge  $P$  du fluide entre les extrémités du tube de longueur  $l$ , débit  $U$ , vitesse d'écoulement  $v$ , masse spécifique  $\mu$  du fluide. En désignant par  $k$  une constante qui dépend de la rugosité de la paroi et un peu aussi de la viscosité du fluide, nous avons :

$$a_1 P = 2k l \mu v^2.$$

D'où :

$$U = \pi \sqrt{\frac{P a_1^5}{2k \mu l}}.$$

Considérons un tube à section extérieure carrée de côté  $2b_1$  et intérieure circulaire de diamètre  $2a_1$ . La section droite du conducteur métallique vaut alors :  $4b_1^2 - \pi a_1^2$ . Sa résistance électrique est, en désignant par  $\rho$  la résistivité du métal :  $\frac{\rho l}{4b_1^2 - \pi a_1^2}$ .

Si  $i$  représente la densité de courant, la puissance consommée dans le conducteur a pour expression :

$$\rho l i^2 (4b_1^2 - \pi a_1^2).$$

L'élévation de température du fluide entre l'entrée et la sortie du tube vaut donc, en désignant par  $C$  la chaleur spécifique du fluide et par  $J$  l'équivalent mécanique de la calorie :

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{\rho l i^2 (4b_1^2 - \pi a_1^2)}{J \pi \sqrt{\frac{P a_1^5}{2k \mu l}} \cdot \mu C} \\ &= \frac{\rho i^2 (4b_1^2 - \pi a_1^2)}{J C \pi} \sqrt{\frac{2k l^3}{P a_1^5 \mu}} \end{aligned}$$

Pour divers conducteurs à sections homothétiques, le rapport  $\frac{b_1}{a_1}$  reste constant. Si nous fixons les valeurs de l'élévation de température  $t_2 - t_1$  et de la perte de charge  $P$ , la densité de courant maxima admissible est proportionnelle à  $\frac{a_1^{1/4}}{l^{3/4}}$ , et l'intensité

maxima admissible est proportionnelle à  $\frac{a_1^{3/4}}{l^{3/4}}$ . D'autre part, lorsque la vitesse du fluide est grande, la pression nécessaire pour le faire passer dans le tube est supérieure à  $P$ , en application du théorème de Bernoulli. On pourrait éviter cet inconvénient en faisant croître progressivement la section du tube à la sortie, mais on ne s'astreint généralement pas à cette condition.

Lorsque la densité de courant est très modérée,

on peut utiliser un tube de grande longueur et de faible diamètre. L'écoulement peut alors devenir laminaire. Dans le cas de l'eau, le nombre de Reynolds correspondant à la limite entre le régime turbulent et le régime laminaire est 2400. En admettant que la formule de Darcy reste à peu près applicable tant que l'écoulement est turbulent, la vitesse d'écoulement vaut :

$$v = \sqrt{\frac{a_1 P}{2k l \mu}}$$

et le nombre de Reynolds a pour expression, en désignant par  $\nu$  le coefficient de viscosité de l'eau :

$$R = \frac{2a_1 v}{\nu} = \sqrt{\frac{a_1 P}{2k l \mu}} \cdot \frac{2a_1}{\nu} = \frac{a_1^{3/2}}{\nu} \sqrt{\frac{2P}{k l \mu}}$$

La limite entre les deux régimes est atteinte lorsque :

$$R = 2400.$$

Tout le long de cette limite, nous avons :

$$\frac{a_1^3}{l} = \frac{R^2 \nu^2 k \mu}{2P} = C^{\text{te}} = 0,87 \times 10^{-6} \text{ c.g.s.,}$$

en admettant :

$$\nu = 1,3 \times 10^{-2} \text{ stockes}$$

dans le cas de l'eau.

Dans toute la zone où l'écoulement est laminaire, le débit est donné par la relation de Poiseuille :

$$U_{\text{laminaire}} = \frac{\pi P a_1^4}{8 l \nu}.$$

En désignant par  $i$  la densité de courant, la puissance consommée dans le conducteur a pour expression :

$$\rho i^2 (4b_1^2 - \pi a_1^2) l.$$

L'élévation de température du fluide entre l'entrée et la sortie du tube vaut donc, en désignant toujours par  $C$  la chaleur spécifique du fluide et par  $J$  l'équivalent mécanique de la calorie :

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{8\rho i^2 (4b_1^2 - \pi a_1^2) l^2 \nu}{J C \mu \pi P a_1^4} \\ &= \frac{8\rho I^2 l^2 \nu}{J C \mu \pi P a_1^4 (4b_1^2 - \pi a_1^2)}. \end{aligned}$$

En admettant toujours, pour divers conducteurs homothétiques correspondant à une même valeur du rapport  $\frac{b_1}{a_1}$ , la même élévation de température  $t_2 - t_1$  et la même perte de charge  $P$ , on voit que, pour les valeurs du nombre de Reynolds inférieures à 2400 (écoulement laminaire), la densité de courant maxima admissible est proportionnelle à  $\frac{a_1}{l}$  et l'intensité

maxima admissible à  $\frac{a_1^3}{l}$ . Dans le cas particulier déjà

envisagé, où  $b_1 = a_1 \sqrt{\pi}$ , nous avons :

$$\frac{i_{\max} \cdot l}{a_1} = C^{te} = \sqrt{\frac{(t_2 - t_1) J C \mu P}{24 \rho v}}$$

$$\frac{I_{\max} \cdot l}{a_1^3} = C^{te} = \pi \sqrt{\frac{(t_2 - t_1) 3 J C \mu P}{8 \rho v}}$$

Au contraire, pour un nombre de Reynolds supérieur à 2 400 (écoulement turbulent) :

$$\frac{i_{\max} \cdot l^{3/4}}{a_1^{1/4}} = C^{te} = \sqrt{\frac{(t_2 - t_1) J C \sqrt{\mu P}}{3 \rho \sqrt{2k}}}$$

$$\frac{I_{\max} \cdot l^{3/4}}{a_1^{9/4}} = C^{te} = \pi \sqrt{\frac{(t_2 - t_1) 3 J C \sqrt{\mu P}}{\rho \sqrt{2k}}}$$

Lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'expression  $\frac{i_{\max} \cdot l}{a_1}$ , d'abord constante pour l'écoulement laminaire (fig. 30, droite ABC), décroît assez brus-

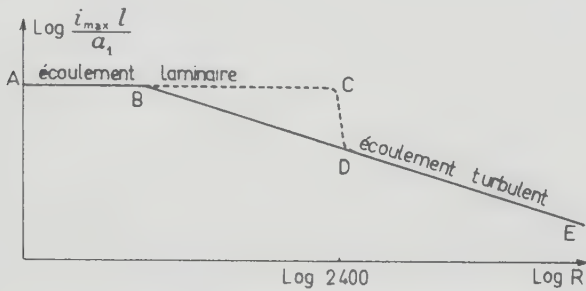


FIG. 30

quement lorsque R passe par la valeur 2 400 (partie CD), puis décroît régulièrement lorsque le régime turbulent est établi (partie DE). Ceci correspond à la variation rapide du coefficient de perte de charge linéaire lorsque le régime turbulent s'établit. Lorsque le nombre de Reynolds est peu inférieur à 2 400 (partie BC), le régime turbulent risque de s'établir temporairement. Il est donc prudent, dans cette région, plutôt que d'adopter la valeur constante,

puis brusquement décroissante de  $\frac{i_{\max} \cdot l}{a_1}$  (partie BCD, en pointillé), de se contenter des valeurs plus modestes et lentement décroissantes correspondant à l'extrapolation du régime turbulent (droite BDE).

Les valeurs maxima de la longueur  $l$  du tube, compatibles avec la première condition de refroidissement figurent sur les abaques des figures 34 et 35. Celles-ci sont reportées après l'étude des conditions 2 et 3, car elles donnent simultanément les résultats relatifs aux trois conditions, et permettent de savoir immédiatement, dans chaque cas particulier, quelle est la condition qui limite l'emploi du conducteur.

On constatera que la première condition limite assez étroitement la densité de courant admissible dans les conducteurs tubulaires. Si cette densité reste modérée (par exemple inférieure à 4 000 A/cm<sup>2</sup>, soit 40 A/mm<sup>2</sup>), les longueurs des tubes peuvent être

assez importantes sans danger. Par contre, pour les grandes densités de courant, le conducteur ne peut avoir qu'une longueur très faible. Par exemple, dans les conditions indiquées, pour un tube assez fin, tel que  $2 a_1 = 0,1$  cm et  $2 b_1 = 0,177$  cm, parcouru par une intensité de 471 A, la longueur maxima admissible est de 39,5 cm. La densité de courant correspondante n'est pourtant que de 20 000 A/cm<sup>2</sup>, donc très inférieure encore aux densités que l'on peut utiliser dans les bobines à conducteurs immergés.

Cette faible longueur des conducteurs nécessite de nombreuses arrivées d'eau encombrantes et des connexions toujours délicates. On est d'ailleurs vite limité dans cette voie. En effet, les arrivées d'eau ne pouvant avoir lieu que par la périphérie ou par les faces terminales de la bobine, la longueur de chaque élément de tube est nécessairement de plusieurs périmètres de spires. Au contraire, dans les enroulements immergés, la circulation du liquide s'effectue perpendiculairement aux lignes de courant. La longueur des canaux de circulation est donc très faible, de l'ordre de l'épaisseur ou de la longueur de l'enroulement, selon le mode de circulation utilisée. Ceci explique que la première condition de refroidissement soit beaucoup plus restrictive dans le cas des conducteurs tubulaires que dans le cas des conducteurs immergés.

*Deuxième condition.* — La puissance  $P_1$  dissipée par unité de surface de contact entre le métal conducteur et le fluide servant au refroidissement ne doit pas dépasser une valeur limite. On sait en effet, que, dans le cas — toujours réalisé pour les enroulements que nous considérons ici — où le refroidissement s'effectue à peu près exclusivement par convection forcée, on observe un brusque saut de température lorsqu'on traverse une mince pellicule de liquide au voisinage immédiat du métal chaud. King a montré que, dans le cas d'un écoulement turbulent,  $P_1$  est à peu près proportionnel à la différence entre la température  $\theta_1$  du métal chaud au contact du liquide et la température moyenne  $\theta_0$  du liquide :

$$P_1 = K(\theta_1 - \theta_0).$$

La constante  $K$  dépend elle-même de la vitesse moyenne  $V$  du fluide et des caractéristiques du tube. En admettant pour  $K$  la valeur, très facile à atteindre, de 4 watts par centimètre carré et par degré C, on voit que la valeur maxima de 200 W/cm<sup>2</sup> admise pour  $P_1$  correspond à  $\theta_1 - \theta_0 = 50^\circ$  C.

Dans le cas des conducteurs tubulaires déjà considérés, ayant une section intérieure circulaire de diamètre  $2 a_1$  et une section extérieure carrée de côté  $2 b_1$ ,  $P_1$  est facile à évaluer en fonction de la densité de courant  $i$  ou de l'intensité  $I$ . La surface totale de refroidissement du tube de longueur  $l$  est  $2 \pi a_1 l$ . La puissance totale dissipée est :

$$\rho i^2 (4 b_1^2 - \pi a_1^2) l = \frac{\rho I^2 l}{4 b_1^2 - \pi a_1^2}.$$

(La résistivité  $\rho$  est d'ailleurs fonction de  $\theta_1$ ).

La puissance dissipée par unité de surface de refroidissement est donc :

$$P_1 = \frac{\rho i^2 (4b_1^2 - \pi a_1^2)}{2\pi a_1} = \frac{\rho I^2}{2\pi a_1 (4b_1^2 - \pi a_1^2)}.$$

La deuxième condition s'écrit alors :

$$P_1 \leq 200 \text{ W/cm}^2.$$

Pour des tubes de sections homothétiques, correspondant à une valeur constante du rapport  $\frac{b_1}{a_1}$ ,  $P_1$  est

proportionnel à  $i^2 a_1$  ou encore à  $\frac{I^2}{a_1^3}$ . Dans le cas particulier déjà envisagé où  $a_1 = 0,564 b_1$  (ce qui correspond à  $\pi a_1^2 = b_1^2$ ), l'expression de  $P_1$  prend la forme simplifiée suivante :

$$P_1 = 1,5 \rho i^2 a_1 = \frac{\rho I^2}{6 \pi^2 a_1^3} \leq 200 \text{ W/cm}^2.$$

Les abaques et résultats numériques relatifs à la deuxième condition seront donnés après l'étude de la troisième condition. En effet, selon le diamètre intérieur du tube, la densité de courant maxima admissible est limitée, soit par la deuxième condition, soit par la troisième. Bien entendu, même lorsque  $2a_1$  a été choisi pour satisfaire à ces relations, la longueur maxima du tube est, elle aussi, limitée par la première condition.

*Remarque 1.* —  $P_1$  est constant sur toute la surface de contact entre le métal et le fluide si le tube est formé de deux cylindres de révolution coaxiaux. Mais, dans le cas général,  $P_1$  varie d'un point à l'autre de la surface. Ceci n'a pas beaucoup d'importance, si la marge de sécurité reste suffisante.

*Remarque 2.* — Les valeurs limites de  $a_1$  et de  $l$  correspondant à la satisfaction simultanée des conditions 1 et 2 de refroidissement sont liées par la rela-

tion simple :  $\frac{l}{a_1} = C^{\text{te}}$ . Dans le cas particulier d'un

tube à section intérieure circulaire de diamètre  $2a_1$  et de section extérieure carrée de côté  $2b_1 = 2a_1\sqrt{\pi}$ , nous avons :

$$l \text{ (mètres)} = 1,83 \times 2a_1 \text{ (centimètres)}.$$

Cette relation, jointe à la formule de Darcy :

$$a_1 P = 2k l \mu V^2,$$

montre que, pour un fluide donné ( $k$  et  $\mu$  constants) et une perte de charge totale  $P$  constante le long du tube, si le diamètre intérieur du tube et sa longueur sont limités simultanément par les conditions 1 et 2 de refroidissement, la vitesse d'écoulement  $V$  du fluide est également constante. Donc, dans ce cas particulier et dans les limites de validité des formules empiriques utilisées, le coefficient  $K$  de la relation de King :  $P_1 = K(\theta_1 - \theta_0)$  est constant puisque  $V$  est constant. Cette remarque justifie l'hypothèse faite :

$$K = 4 \text{ W/cm}^2/\text{°C} = C^{\text{te}}.$$

*Troisième condition.* — La température du métal conducteur est loin d'être uniforme en tous ses points. La troisième condition est satisfaite si cette température n'atteint nulle part de valeurs exagérées. Par exemple, on peut admettre, afin d'éviter la détérioration des isolants et l'augmentation prohibitive de la résistivité du métal, que la température maxima  $\theta_2$  observée en un point de la section droite du conducteur ne doit pas dépasser de plus de  $90^\circ \text{C}$  la température moyenne  $\theta_0$  du fluide servant au refroidissement, lorsqu'il traverse cette même section droite. La répartition rigoureuse des températures est en général fort difficile à établir, sauf dans quelques cas particuliers. (Par exemple, le problème se simplifie lorsqu'on a affaire à un conducteur tubulaire d'axe rectiligne et ayant des sections droites intérieures et extérieures circulaires et concentriques). Mais, dans le cas général, lorsque le tube est enroulé et lorsqu'il a une section moins simple, la solution rigoureuse devient rapidement inextricable, à moins de faire appel à des machines analogiques. En effet :

— La section droite du tube est une surface équipotentielle électrique et la densité de courant n'est pas uniforme dans le conducteur. Elle est maxima dans la partie du conducteur qui se trouve du côté de l'axe de l'enroulement. Cet effet peut être important si les dimensions transversales du conducteur ne sont pas négligeables par rapport au rayon moyen de la spire considérée.

— La résistivité du métal dépend beaucoup de sa température, ce qui est une nouvelle cause de variation de la densité de courant, dans une même section droite du conducteur.

— La section intérieure du tube n'est même pas rigoureusement, en général, une surface isotherme. En effet, nous avons vu que le saut brusque de température  $\theta_1 - \theta_0$  observé lorsqu'on traverse la mince pellicule de fluide située au contact immédiat du métal est sensiblement proportionnel à la densité du flux de chaleur à travers la surface, qui est, en général, variable d'un point à l'autre.

Par contre, on peut admettre, en première approximation, que le fluide, en raison de ses mouvements tourbillonnaires, est à une température à peu près uniforme en tous les points d'une même section droite, sauf au voisinage immédiat du métal.

Calculons la température en divers points de la masse d'un tube métallique de sections intérieure et extérieure circulaires en admettant, en première approximation, que la résistivité du métal et la densité de courant soient sensiblement constantes en tous les points d'une même section droite. Les courbes isothermes sont alors des cercles concentriques et les lignes d'écoulement de la chaleur sont les rayons de ces cercles. Considérons une couche élémentaire (fig. 31) comprise entre les rayons  $a$  et  $a + da$ . Le tube n'étant refroidi que par l'intérieur, cette couche est traversée par toute la chaleur pro-

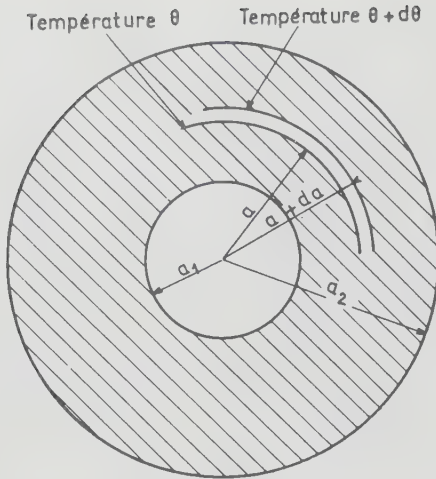


FIG. 31

duite chaque seconde dans les couches de rayons supérieurs à  $a$ , soit :

$$\pi \rho l i^2 (a_2^2 - a^2) \text{ en unités mécaniques,}$$

ou :

$$\frac{\pi \rho l i^2 (a_2^2 - a^2)}{J} \text{ en calories}$$

( $l$  désigne la longueur du tube et  $J$  l'équivalent mécanique de la calorie). Le flux de chaleur par seconde à travers l'unité de surface de la couche élémentaire est (en watts) :

$$\frac{\pi \rho l i^2 (a_2^2 - a^2)}{2 \pi a l} = \frac{\rho i^2 (a_2^2 - a^2)}{2 a}$$

Il existe donc entre les deux faces de la couche élémentaire une différence de température :

$$d\theta = \frac{\rho i^2 (a_2^2 - a^2)}{2 \chi a} da,$$

où  $\chi$  désigne le coefficient de conductibilité thermique. Dans le cas du cuivre électrolytique, ce coefficient vaut environ 4,18 watts (soit 1 calorie par seconde) par centimètre carré pour un gradient de température d'un degré C par centimètre. Ce coefficient varie assez peu avec la température.

La différence de température entre la face externe (non refroidie) du tube et sa face interne (refroidie) vaut donc :

$$\begin{aligned} \theta_2 - \theta_1 &= \int_{a_1}^{a_2} \rho \frac{i^2 (a_2^2 - a^2)}{2 \chi a} da \\ &= \frac{\rho i^2}{2 \chi} \left( a_2^2 \operatorname{Log}_e \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_1^2 - a_2^2}{2} \right) \end{aligned}$$

La différence entre la température  $\theta_2$  de la face externe du tube et la température moyenne  $\theta_0$  du fluide lorsqu'il traverse cette même section droite du tube est :

$$\begin{aligned} \theta_2 - \theta_0 &= (\theta_2 - \theta_1) + (\theta_1 - \theta_0) \\ &= \frac{\rho i^2}{2 \chi} \left( a_2^2 \operatorname{Log}_e \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_1^2 - a_2^2}{2} \right) + \frac{\rho i^2 (a_2^2 - a_1^2)}{2 a_1 K} \end{aligned}$$

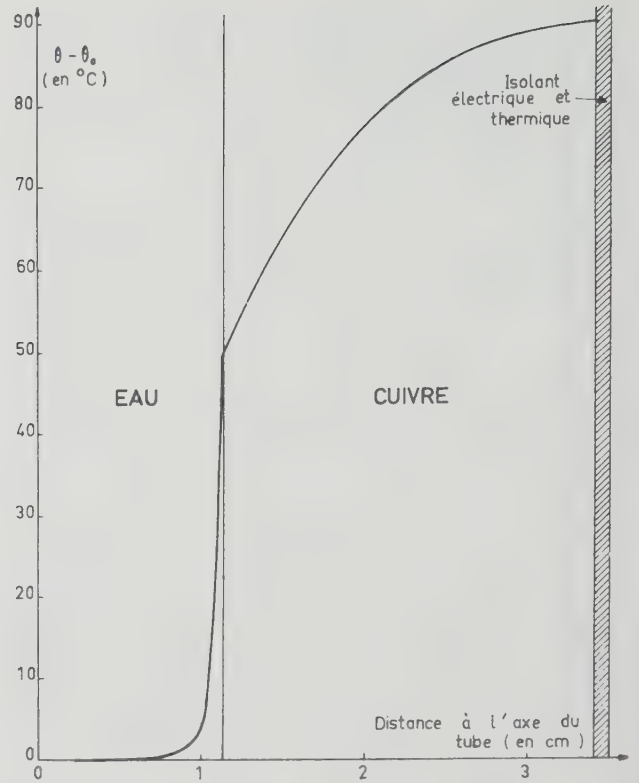


FIG. 32. — Courbe donnant la variation de la température à l'intérieur du métal conducteur et dans le liquide.

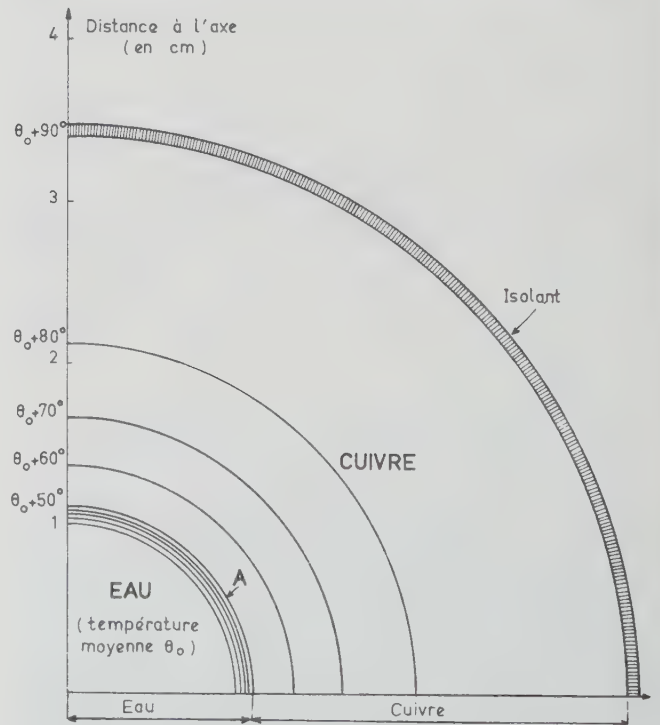


FIG. 33. — Quart de la coupe transversale du conducteur. Courbes isothermes tracées de 10 en 10°C.

Figure agrandie.

En A, surface intérieure du tube (surface de contact entre le cuivre et l'eau).

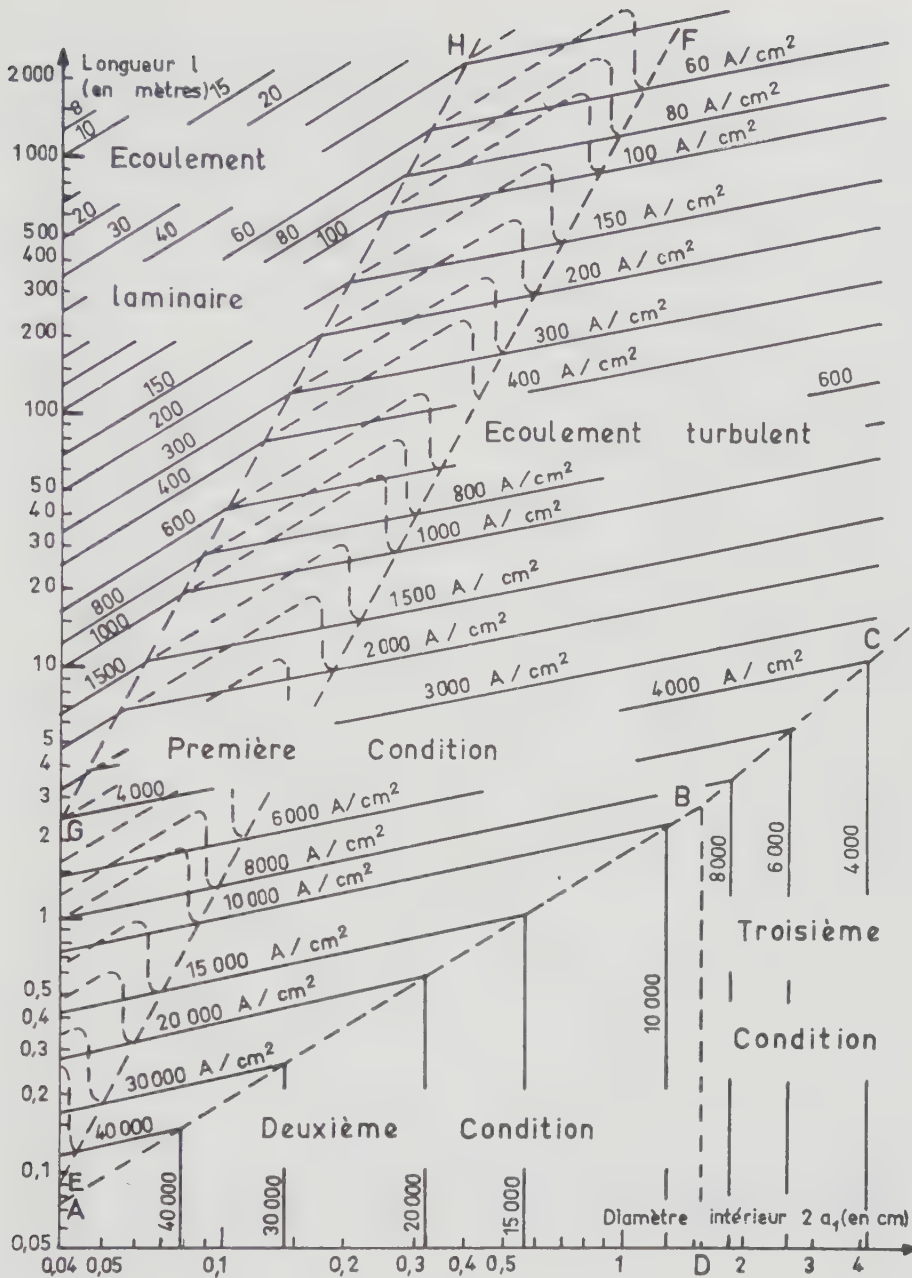


FIG. 34

Les figures 32 et 33 donnent la répartition des températures calculées à l'intérieur d'un tel conducteur tubulaire, en posant :

$$2a_1 = 2,27 \text{ cm}, \quad 2a_2 = 6,82 \text{ cm}, \\ i = 4580 \text{ A/cm}^2,$$

$K$  (constante de la relation de King)  $= 4 \text{ W/cm}^2/\text{°C}$   
 $\rho$  (résistivité moyenne)  $= 2,1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ .

Ce cas particulier est assez intéressant, car la densité de courant est limitée simultanément par la deuxième condition ( $P_1 \leq 200 \text{ W/cm}^2$ , ce qui correspond ici à  $\theta_1 - \theta_0 \leq 50^\circ \text{C}$ ) et par la troisième

( $\theta_2 - \theta_0 \leq 90^\circ \text{C}$ ). Mais, dans la pratique, un tel conducteur serait difficilement utilisable, sauf peut-être pour la construction de spires de grand diamètre alimentées sous très basse tension. En effet, sa grande section fait qu'il serait difficile à travailler, et que son fonctionnement dans les conditions posées nécessiterait une intensité considérable (149 000 A).

La distribution des températures, telle qu'elle est donnée par les figures 32 et 33 à l'intérieur du métal, est parfaitement stable en régime permanent. Par contre, dans le liquide animé de mouvements tourbillonnaires, au voisinage immédiat du métal, là où le gradient de température est considérable, la tem-

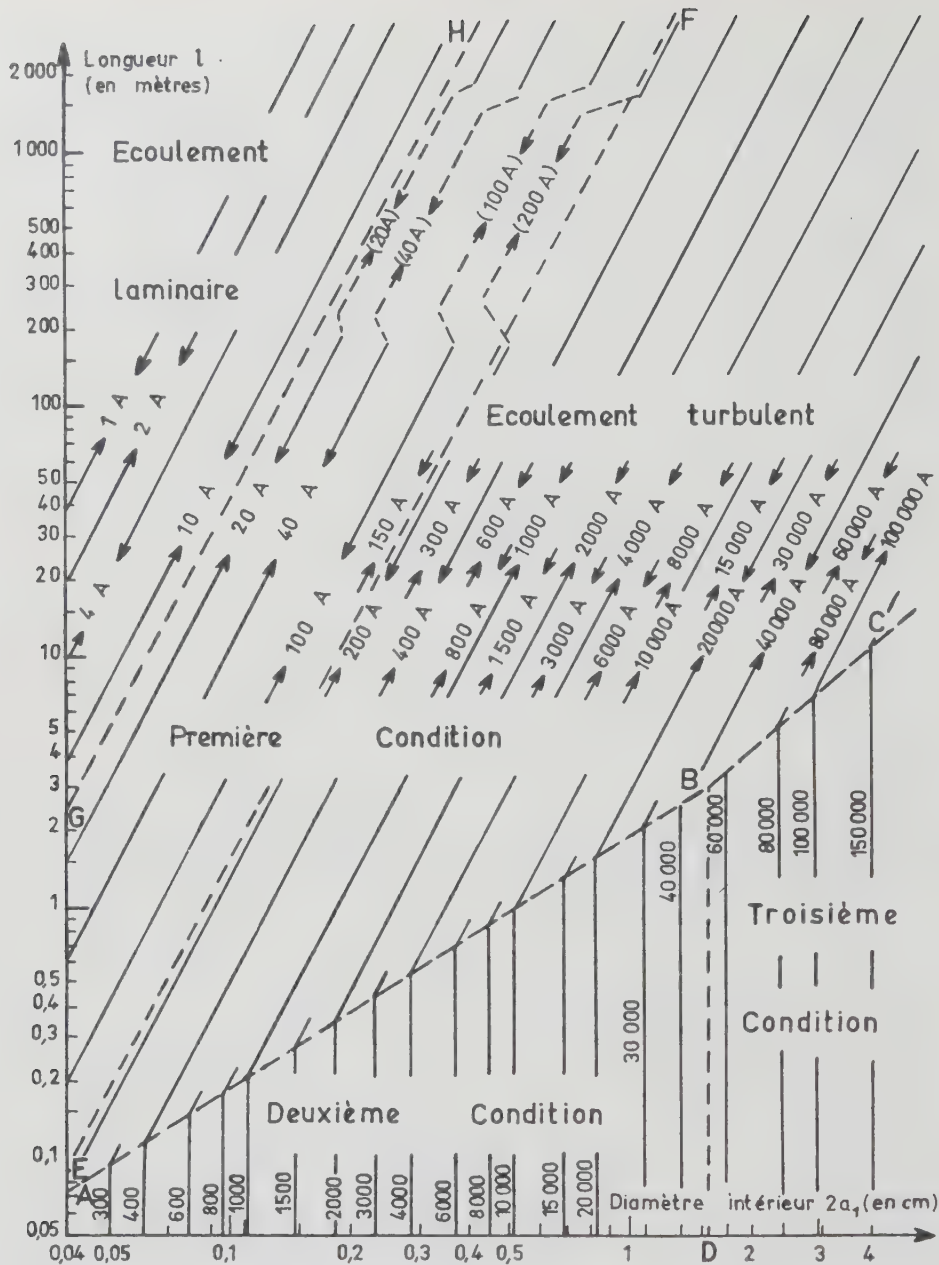


FIG. 35

pérature est sujette à des variations assez rapides en un point considéré, et les courbes donnent seulement l'allure de la répartition des températures moyennes.

Pour un conducteur tubulaire en cuivre à section extérieure carrée de côté  $2b_1$ , en supposant  $a_1 = 0,564 b_1$  (ce qui correspond à :  $\pi a_1^2 = b_1^2$ ), la figure 34 (page précédente) donne, en fonction de  $2a_1$ , les valeurs maxima de la densité de courant  $i$  et de la longueur  $l$  du tube, compatibles simultanément avec les trois conditions de refroidissement <sup>(1)</sup>. On a

(1) Des reproductions à grande échelle des figures et les tableaux numériques correspondants peuvent être fournis sur demande.

admis, pour la résistivité du métal, la valeur :  $2,1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ , qui correspond au cas du cuivre pur porté à une température moyenne de fonctionnement d'environ  $75^\circ \text{C}$ .

Pour la première condition, on suppose dans tous les cas une perte de charge de  $10 \text{ kg/cm}^2$  entre les extrémités du tube refroidi par de l'eau, et une augmentation de la température du liquide de  $40^\circ \text{C}$  entre l'entrée et la sortie.

La formule de Darcy n'étant que grossièrement approchée, surtout pour les tubes de faible diamètre, la figure donne seulement l'ordre de grandeur des valeurs admissibles.

On voit que le plan de la figure est divisé en trois

régions, où la densité de courant est respectivement limitée par les conditions 1, 2 et 3. Le long des demi-droites BA, BC, BD, la densité de courant est limitée respectivement par les conditions 1 et 2, 1 et 3, 2 et 3. Au point B, le refroidissement est simultanément limité par les trois conditions. Ce point B est défini par :  $2a_1 = 1,60$  cm;  $2b_1 = 2,84$  cm;  $l = 2,93$  m;  $i_{\max} = 8\,900$  A/cm<sup>2</sup>;  $I_{\max} = 53\,900$  A; échauffement de l'eau pendant son passage à travers le tube : 40° C; puissance moyenne consommée par unité de surface de contact entre le cuivre et l'eau : 200 W/cm<sup>2</sup>;  $\theta_1 - \theta_0 = 50^\circ$  C;  $\theta_2 - \theta_1 = 40^\circ$  C;  $\theta_2 - \theta_0 = 90^\circ$  C.

La droite EF délimite la région où l'écoulement est turbulent (en bas, à droite) et celle où l'écoulement est laminaire. Dans toute la zone comprise entre les deux droites parallèles EF et GH, l'écoulement laminaire peut devenir temporairement turbulent. Nous avons adopté dans cette région les valeurs correspondant à l'extrapolation des lois du régime turbulent. Les courbes en pointillé correspondent dans cette région au régime laminaire à faible stabilité.

Les échelles utilisées en abscisses et en ordonnées sont logarithmiques.

Les courbes de la figure 35 correspondent à des valeurs constantes non plus de la densité de courant  $i$ , mais de l'intensité  $I$ . On retrouve les mêmes régions que dans la figure précédente.

### III. — REFROIDISSEMENT DES ENROULEMENTS A CONDUCTEURS IMMERGES ET DES BOBINES A DISQUES PERFORES

Ces types de bobines sont décrites ci-après (cinquième partie). Pour l'étude de leur refroidissement, le lecteur peut se reporter à la publication [56].

#### RESUME ET CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE

Lors de l'établissement d'un projet d'enroulement à *conducteurs tubulaires* :

Dans tous les cas, il faut tenir compte de la première condition et s'assurer que le débit du fluide servant au refroidissement est suffisant pour que son élévation de température entre l'entrée et la sortie ne dépasse pas la valeur limite que l'on s'est fixé. En effet, dans ce type d'enroulement, c'est la première condition de refroidissement qui limite le plus souvent la densité de courant maxima admissible.

Si la densité de courant est modérée, la deuxième condition est généralement satisfaite. Les densités de courant limites peuvent être calculées comme il est indiqué plus haut. On peut être amené exception-

nellement et malgré la difficulté plus grande de fabrication du tube, à utiliser une section intérieure donnant une grande surface de contact entre le cuivre et le liquide.

Enfin, avec les dimensions des tubes que l'on utilise généralement, il n'y a pas lieu de s'occuper de la troisième condition, toujours satisfaite.

Lors de l'établissement d'un projet d'enroulement à *conducteurs immergés* ou de bobine à *disques perforés* avec circulation axiale de l'eau :

La première condition est assez facile à satisfaire si l'on dispose d'un débit total suffisant de fluide. Il peut être nécessaire, si le débit total est à peine supérieur au débit minimum nécessaire, de réaliser une répartition convenable des débits partiels. Les dimensions des conducteurs et des intervalles doivent alors satisfaire aux conditions établies dans la publication [56].

La deuxième condition est généralement la plus restrictive. C'est elle qui doit surtout conditionner le choix des dimensions des conducteurs en fonction de la densité de courant que l'on a adopté pour la portion considérée de l'enroulement.

La troisième condition est en général satisfaite si la deuxième l'est aussi, sauf dans le cas des couches longues si la circulation est radiale, ou épaisses si la circulation est axiale.

Enfin, il y a lieu de chercher à diminuer autant que possible le coefficient de foisonnement.

Le plus souvent, lors de l'établissement d'un projet, on s'impose l'intensité totale qui passe dans l'enroulement, la densité du courant (donc la section du conducteur) en chaque point de l'enroulement, et les dimensions de l'enroulement.

Si la bobine est constituée par des disques connectés, leur épaisseur et leur diamètre sont imposés par les données. On cherche alors à diminuer autant que possible  $\eta$  tout en satisfaisant aux trois autres conditions.

Si la bobine est constituée par un conducteur enroulé, on cherche, la section étant imposée, à diminuer autant que possible  $\eta$  si les trois autres conditions sont quand même réalisées. Dans le cas contraire, on adopte les valeurs de  $x_2 - x_1$  et de  $y_2 - y_1$  satisfaisant aux deuxième et troisième conditions, et aussi voisines que possible de celles qui correspondent au minimum de  $\eta$ . La répartition optima des débits partiels conformément à la première condition peut toujours être obtenue approximativement, même avec des orifices d'épaisseur constante, en faisant varier la distance entre les bandes ou les fils isolés consécutifs pour les divers intervalles de circulation de l'eau. Il faut toutefois remarquer que cette opération entraîne une variation du coefficient  $\gamma$ . Elle influe donc sur la deuxième condition.

En général, les bobines à conducteurs immergés ou à disques perforés, avec circulation axiale de l'eau, permettent d'obtenir des densités de courant beaucoup plus élevées que les bobines à conducteurs tubulaires, car les conditions de refroidissement sont moins restrictives.

## TROISIÈME PARTIE

## EFFORTS ÉLECTROMAGNÉTIQUES AGISSANT SUR LES CONDUCTEURS

Cette question joue un rôle primordial dans le cas des bobines sans fer pour la production des champs magnétiques très intenses, car c'est souvent elle qui limite effectivement les conditions d'emploi de tels enroulements. Pourtant, peu d'études sont consacrées à ce cas particulier. Citons cependant deux publications [33, 66].

Considérons une spire élémentaire comprise entre les plans d'abscisses  $x$  et  $x + dx$ , et les cylindres de rayons  $y$  et  $y + dy$ . Dessinons une ligne de force du champ magnétique créé par l'enroulement et rencontrant cette spire (fig. 36). En raison de l'absence

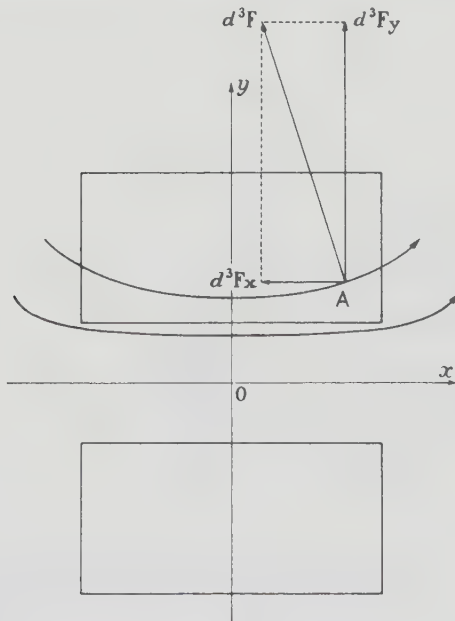


FIG. 36

de tout milieu ferromagnétique, cette ligne de champ a même tracé que la ligne d'induction correspondante.

La force élémentaire  $d^3F$  agissant sur un élément de spire de longueur  $dl$  est située, par raison de symétrie, dans le plan  $xOy$  (plan de figure), et elle est normale à la ligne d'induction passant par A. La force  $d^3F$  est décomposable en deux composantes

$d^3F_x$ , parallèle à  $Ox$  et  $d^3F_y$  parallèle à  $Oy$ . La formule élémentaire de Laplace donne :

$$d^3F_x \text{ (dynes)} = \frac{i}{10} B_y dx dy dl,$$

$$d^3F_y = \frac{i}{10} B_x dx dy dl,$$

$i$  est la densité de courant (en ampères par centimètre carré),  $B_x$  et  $B_y$  sont les composantes de l'induction au point A (en gauss). Elles s'expriment ici respectivement par les mêmes nombres que les composantes  $H_x$  et  $H_y$  du champ magnétique (en oersteds). La force électromagnétique étant perpendiculaire à l'induction, c'est la composante  $B_y$  qui intervient pour le calcul de  $d^3F_x$  et  $B_x$  pour  $d^3F_y$ .

Dans le système M.K.S.A. Giorgi rationalisé, ces expressions deviennent :

$$d^3F_x \text{ (newtons)} = i B_y dx dy dl,$$

$$d^3F_y = i B_x dx dy dl;$$

$dx$ ,  $dy$  et  $dl$  sont exprimés en mètres,  $i$  en ampères par mètre carré. Dans ce système, et en l'absence de tout milieu ferromagnétique, le rapport des nombres qui expriment l'induction  $B$  (en webers par mètre carré) et le champ magnétique  $H$  (en ampères par mètre) vaut  $4\pi 10^{-7}$ .

Examinons maintenant les effets produits par ces forces.

*Forces parallèles à l'axe Ox*

Elles sont toutes orientées vers le plan perpendiculaire à l'axe et passant par le centre O de la bobine. L'élément de conducteur de longueur  $dl$  et d'abscisse  $x$  est soumis à toutes les forces telles que  $d^3F_x$  s'exerçant sur les éléments correspondants d'abscisses égales ou supérieures à  $x$ . Il est donc soumis à une force résultante :

$$d^2F_x = \int_x^{x_1} \frac{i}{10} B_y dx dy dl.$$

La force élémentaire  $d^3F_x$  est nulle dans le plan d'abscisse  $x=0$ , car l'induction magnétique est alors perpendiculaire à ce plan par raison de symétrie. Donc,  $B_y=0$  pour  $x=0$ . Par contre, l'expression  $d^2F_x$  obtenue à partir de la précédente par une intégration, est maxima pour  $x=0$ . Cette force

$d^2 F_x$  s'exerce sur l'une des faces latérales du conducteur élémentaire. L'isolant qui sépare les deux conducteurs voisins est donc soumis à une pression :

$$\frac{d^2 F_x}{dy dl} = \int_x^{x_1} \frac{i}{10} B_y dx.$$

Cette pression est parfois considérable. Elle devient même encore plus grande si, sur une même couche, les conducteurs voisins, au lieu de s'appliquer les uns contre les autres par la totalité de leur surface latérale entièrement isolée, sont seulement séparés par d'étroites bandes ou des fils isolants. La pression exercée sur ceux-ci peut, dans certains cas, (lorsque  $i$  est très grand) entraîner leur écrasement et amener deux ou plusieurs spires en court-circuit.

Cet écrasement des isolants produit aussi sur une couche cylindrique des déformations qui rappellent le « flambage » d'un pilier sous l'action d'une charge exagérée (fig. 37).

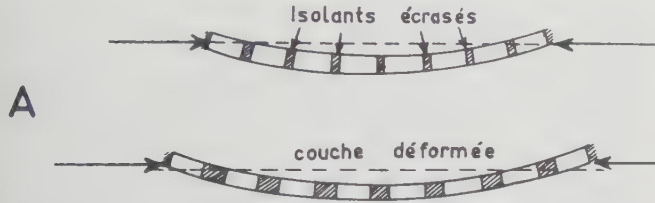


FIG. 37. — En A, forces électromagnétiques parallèles à l'axe.

La compression parallèlement à l'axe de la bobine peut également provoquer un glissement et même un chevauchement des spires les unes par rapport aux autres, lorsque celles-ci sont disposées un peu obliquement (fig. 38). Cet inconvénient est évitable. Il suffit par exemple que les faces latérales des spires soient bien planes et perpendiculaires à l'axe.

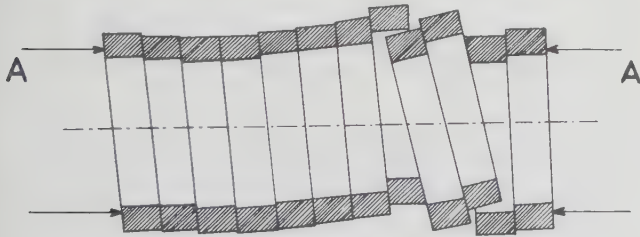


FIG. 38. — En A, forces parallèles à l'axe.

#### FORCES PERPENDICULAIRES A L'AXE $Ox$

La figure 39 est tracée dans un plan perpendiculaire à l'axe de la bobine et contenant la spire. L'élément de longueur  $dl$  est soumis à la force élémentaire :

$$d^3 F_y = \frac{i}{10} B_x dx dy dl.$$

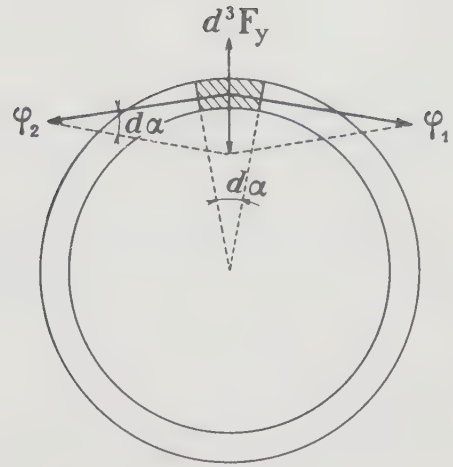


FIG. 39

Cette force est équilibrée par les tractions  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  exercées par le reste de la spire sur les deux extrémités de l'élément. Les deux forces  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  font entre elles un angle  $d\alpha = \frac{dl}{y}$  radians.

$$\begin{aligned} d^3 F_y &= \varphi_1 d\alpha, \\ \varphi_1 = \varphi_2 &= \frac{d^3 F_y}{d\alpha} = \frac{y d^3 F_y}{dl}. \end{aligned}$$

Remplaçons  $d^3 F_y$  par sa valeur :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = y \frac{i}{10} B_x dx dy.$$

La force de traction qui s'exerce sur l'unité de surface de la section droite du conducteur est :

$$y \frac{i}{10} B_x$$

En considérant, par exemple, le cas de la bobine n° IIc (1<sup>re</sup> partie), avec  $y_1 = 2$  cm et  $y_2 = 16$  cm, nous avons, pour la spire centrale :

$$H_x \neq H_0 = 5 \times 10^4 \text{ oersteds}, \quad y = y_1 = 2 \text{ cm},$$

$$B_x \neq B_0 = 5 \times 10^4 \text{ gauss},$$

$$\frac{i}{\eta} = 32\,200 \text{ A/cm}^2.$$

D'où :

$$i = 45\,100 \text{ A/cm}^2,$$

en admettant  $\eta = 1,4$ . On trouve alors que le métal de la spire centrale est soumis à une traction de :

$$2 \times \frac{1}{10} \times 45\,100 \times 5 \times 10^4 = 4,51 \times 10^8 \text{ dynes par centimètre carré, soit environ :}$$

$$460 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{ou} \quad 4,6 \text{ kg/mm}^2.$$

Cette traction est supérieure à la limite élastique du cuivre électrolytique recuit. Si, accidentellement, on surchargeait la bobine en doublant simultanément les valeurs de  $i$  et de  $H_0$ , la traction serait quadruplée, et la bobine inévitablement détruite. On voit

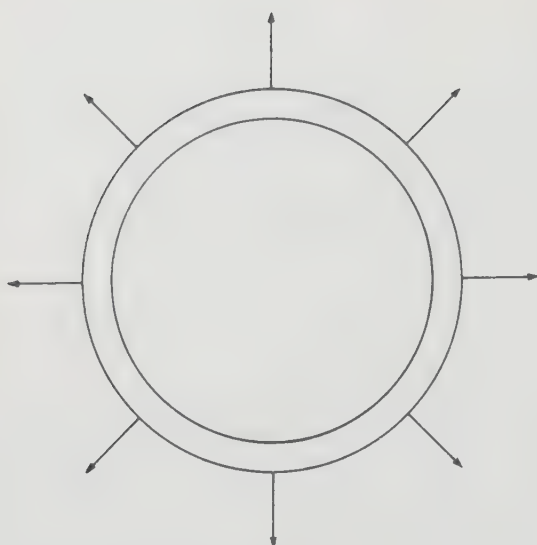


FIG. 40

combien il est important de tenir compte de ces efforts électromagnétiques.

En définitive, ces forces perpendiculaires à l'axe ont pour effet d'augmenter le diamètre des spires. Elles sont surtout gênantes lorsque  $H_x$  et  $i$  sont simultanément grands, c'est-à-dire en général pour les spires centrales. En cas de surcharge, elles peuvent provoquer la rupture des conducteurs, comme si la bobine « éclatait » (fig. 40). Ces forces interviennent donc beaucoup pour limiter les conditions d'emploi des bobines. On peut même être amené à réaliser un freinage extérieur de l'enroulement.

Tout le long du conducteur, les forces s'équilibrent deux à deux. Mais aux extrémités libres, les connexions doivent pouvoir résister mécaniquement à de tels efforts, tout en assurant un excellent contact électrique et un bon isolement par rapport à l'enveloppe. La résistance électrique des connexions doit être négligeable par rapport à celle de l'enroulement, qui est déjà très faible (de l'ordre de quelques millièmes ou quelques centièmes d'ohm).

A chaque fois qu'une portion de spire n'est pas située entièrement dans un même plan, ou lorsque la courbure change de signe (fig. 41), les forces qui s'exercent admettent une résultante générale et un couple résultant. La portion de spire a donc tendance à se déformer pour devenir circulaire. On observe souvent des déformations de ce genre lors du passage d'une couche sur l'autre, en raison du changement de signe du pas de l'hélice et de la brusque augmentation du rayon de la couche cylindrique.



FIG. 41

### Remarque 1.

Les propriétés mécaniques des métaux dépendent beaucoup de leur température. Il faut en tenir compte et considérer les caractéristiques mécaniques du métal qui constitue l'enroulement à sa température normale de fonctionnement, convenablement majorée pour tenir compte d'une surcharge éventuelle de l'appareil et d'un échauffement local systématique ou momentané.

### Remarque 2.

Les résultats précédents ont été établis dans le cas de l'alimentation en courant continu. Les forces, proportionnelles à  $I^2$ , ne dépendent pas du sens du courant.

Si la bobine est alimentée en courant périodique, toutes ces forces varient périodiquement en fonction du temps. En courant sinusoïdal, leur fréquence est double de la fréquence de l'intensité. Parmi les légères déformations possibles de l'enroulement, certaines peuvent prendre une valeur assez importante et même dangereuse en cas de résonance. De toutes façons, il est difficile d'éviter de très faibles vibrations du système.

Si la bobine est alimentée en régime transitoire, pendant un temps très court, les spires subissent une impulsion qui peut être très brève par rapport à la période propre de leurs déformations élastiques. Elles peuvent, dans certains cas, supporter sans dommage des efforts instantanés très supérieurs à ceux qui entraîneraient leur destruction en régime permanent, de même que le cadre d'un galvanomètre balistique peut être parcouru, pendant un temps très court, par une intensité très supérieure à celle qu'il supporterait en permanence. Ce problème des efforts balistiques agissant sur une bobine alimentée en régime transitoire nécessiterait une étude particulière que nous ne faisons pas ici, car elle déborde le cadre du présent travail.

## CONCLUSION DE LA TROISIEME PARTIE

Les efforts électromagnétiques peuvent, dans certains cas, déformer dangereusement ou même détruire les enroulements.

Les forces parallèles à l'axe peuvent écraser les isolants ou provoquer le chevauchement des spires. Les forces perpendiculaires à l'axe tendent à augmenter le diamètre des spires et à les faire « éclater ». D'autres effets apparaissent lorsque la courbure du conducteur change brusquement.

Pour prévoir le comportement de la bobine à l'égard de ces forces, on doit considérer les caractéristiques mécaniques du métal à la température de fonctionnement, convenablement majorée.

Les forces sont indépendantes du sens du courant.

En régime transitoire, les conditions sont nettement différentes, et parfois beaucoup moins restrictives qu'en régime permanent.

## QUATRIÈME PARTIE

# INFLUENCE DE L'INTENSITÉ DU COURANT D'ALIMENTATION ET RELATIONS DE SIMILITUDE

## INFLUENCE DE L'INTENSITÉ DU COURANT D'ALIMENTATION

Considérons une bobine donnée, toujours la même, et étudions rapidement comment varient ses conditions de fonctionnement lorsque l'intensité  $I$  qui parcourt l'enroulement est multipliée par un facteur  $A$ .

Certaines données varient proportionnellement à  $I$ , c'est-à-dire qu'elles sont aussi multipliées par  $A$ . Par exemple :

- la densité de courant ;
- la chute de tension par spire et la chute de tension totale dans l'enroulement (en négligeant en première approximation l'augmentation de la résistivité du métal qui s'échauffe davantage) ;
- le champ magnétique produit par la bobine aux divers points de l'espace ;
- la différence de potentiel magnétique entre deux points donnés.

Au contraire, d'autres quantités sont proportionnelles au carré de l'intensité, c'est-à-dire qu'elles sont multipliées par  $A^2$ . Il est donc particulièrement important d'en tenir compte au moment de soumettre une bobine à une surcharge même de courte durée :

- puissance consommée dans l'enroulement ;
- échauffement ( $t_2 - t_1$ ) du fluide pendant son passage à travers l'appareil (première condition de refroidissement) ;
- Puissance  $P_1$  dissipée par unité de surface de contact entre le métal et le fluide. Brusque saut de température ( $\theta_1 - \theta_0$ ) observé dans le fluide au voisinage immédiat du métal (deuxième condition de refroidissement) ;
- différence de température ( $\theta_2 - \theta_1$ ) entre la face non refroidie du métal et sa face refroidie. Différence totale ( $\theta_2 - \theta_0$ ) par rapport au fluide (troisième condition de refroidissement) ;

— efforts électromagnétiques parallèles à l'axe et perpendiculaires à l'axe. Traction exercée sur les conducteurs. Efforts exercés sur les connexions diverses et sur les isolants.

## RELATIONS DE SIMILITUDE INDEPENDANTES DU MODE DE REFROIDISSEMENT

Nous avons étudié cette question dans une publication antérieure [21] que nous rappellerons ci-dessous en la complétant et en exposant les résultats d'une manière différente afin de les rendre plus facilement utilisables.

On peut souvent, entre certaines limites, modifier dans le même rapport les dimensions extérieures d'une bobine ou les sections des conducteurs ou les deux à la fois, sans qu'elle cesse d'être adaptée, au moins en apparence, au but auquel on la destine.

On peut, d'autre part, désirer étudier sur une maquette le comportement d'une grosse bobine dont la construction est projetée. Pour entreprendre cette étude dans les meilleures conditions, pour choisir les dimensions définitives les mieux adaptées au but poursuivi, en fonction de la puissance électrique et des moyens de refroidissement dont on dispose, de la masse maximum de cuivre que l'on désire employer, du champ ou de la différence de potentiel magnétique dont on a besoin, il est important de savoir à priori quelle sera l'influence d'une multiplication par un même facteur  $K$  des dimensions extérieures de l'enroulement, ou d'une modification des dimensions transversales des conducteurs, ou encore du groupement de plusieurs conducteurs en parallèle.

La figure 42 schématise les diverses transformations envisagées à partir de la bobine initiale dessinée en haut à gauche.

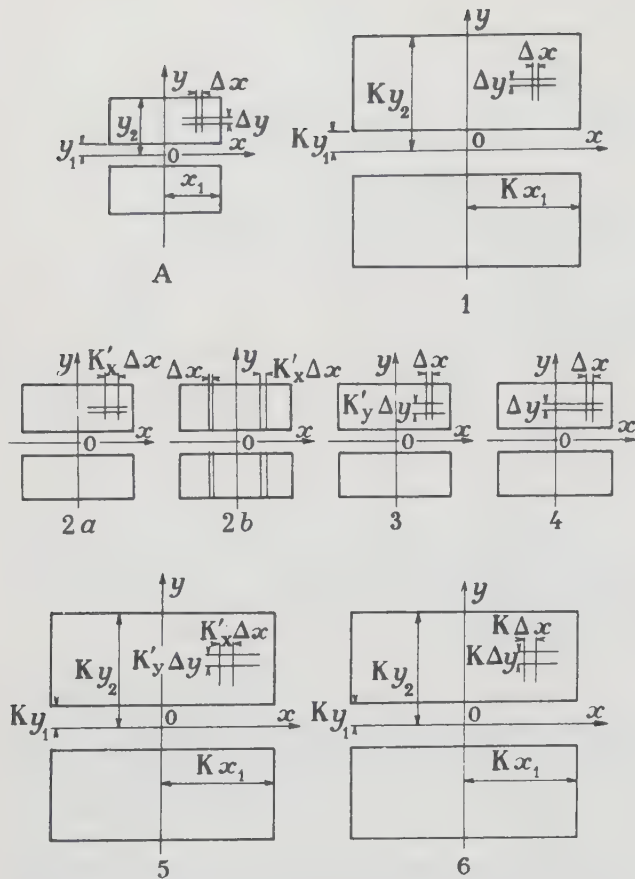


Fig. 42. — A : Bobine initiale (conducteurs connectés en série).  
 1 : Conducteurs connectés en série.  
 2a : Conducteurs enroulés.  
 2b : Disques.  
 4 et 5 :  $n$  conducteurs en parallèle.  
 6 : Conducteurs connectés en série.

1. — On multiplie par un facteur  $K$  les dimensions extérieures de la bobine, sans changer les dimensions transversales des conducteurs.

2. — Sans changer les dimensions de la bobine, on multiplie par un facteur  $K_x'$  la largeur  $\Delta x$  des conducteurs aux points homologues des deux bobines. Dans le cas des bobines à disques, cela revient à multiplier par  $K_x'$  l'épaisseur  $\Delta x$  des disques.

3. — Sans rien modifier par ailleurs, on multiplie par un facteur  $K_y'$  la hauteur  $\Delta y$  des conducteurs aux points homologues. Dans le cas des bobines à disques,  $K_y'$  est nécessairement égal à  $K$ .

4. — Le reste de la bobine étant inchangé, on groupe les conducteurs par  $n$  en parallèle.

5. — Cas général :

— les dimensions extérieures de la bobine sont multipliées par  $K$ ;

— la largeur  $\Delta x$  des conducteurs aux points homologues des deux bobines est multipliée par  $K_x'$ ;

— leur hauteur  $\Delta y$  est multipliée par  $K_y'$ ;

— les conducteurs sont groupés par  $n$  en parallèle.

6. — Cas particulier important : les deux bobines sont entièrement homothétiques. Toutes les dimensions sont dans le même rapport  $K$ . Dans l'expression générale, il suffit de poser :

$$K_x' = K_y' = K; \quad n = 1.$$

Le tableau III <sup>(1)</sup> donne un certain nombre de résultats qui ne dépendent pas du mode de refroidissement de l'enroulement. Les six colonnes correspondant aux six cas envisagés ci-dessus.

L'effet produit par une modification quelconque (par exemple multiplication par un facteur  $K$  des dimensions extérieures de la bobine et multiplication par  $K_x'$  de la largeur  $\Delta x$  du conducteur) s'obtient immédiatement :

— soit en lisant sur le tableau dans les colonnes 1 et 2 les effets obtenus par les modifications correspondantes et en faisant le produit;

— soit en lisant dans la colonne 5 le résultat général, en posant  $K_y' = 1$ ,  $n = 1$  et en remplaçant  $K$  et  $K_x'$  par leurs valeurs.

Nous avons fait figurer sur le tableau les coefficients de self-induction et les constantes de temps. Ces quantités n'interviennent que si la bobine fonctionne en régime transitoire, par exemple lorsqu'elle est alimentée par la décharge rapide d'un condensateur [40 à 47] ou lorsqu'elle est connectée pendant un temps très court soit à une batterie d'accumulateurs [32], soit à un gros alternateur [33] ou à une grosse dynamo, ou simplement lors de l'établissement et de la rupture du courant continu d'excitation.

## RELATIONS DE SIMILITUDE DEPENDANT DU MODE DE REFROIDISSEMENT

Rappelons tout d'abord les trois conditions principales qui doivent être simultanément remplies pour assurer un refroidissement correct :

1°) le débit du liquide doit être suffisant dans chacun des canaux servant au refroidissement pour que sa température à la sortie ne soit pas exagérée;

2°) la puissance dissipée par unité de surface de contact entre le métal et le liquide ne doit pas dépasser une valeur limite;

3°) aucun point de la masse du métal conducteur ne doit être porté à une température exagérée.

Nous distinguerons, au cours de cette étude, le cas des conducteurs tubulaires, celui des bobines à conducteurs immergés et celui des bobines à disques percés de trous avec circulation axiale de l'eau.

(1) En vue de l'impression, le tableau a été fortement raccourci. On peut se procurer le tableau complet sur demande.

TABLEAU III

|                                                                                                               | 1                                                        | 2                                                                               | 3                                                                               | 4                                                                            | 5                                                                                                                                                       | 6                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
|                                                                                                               | K quel-<br>conque<br>$K_x' = 1$<br>$K_y' = 1$<br>$n = 1$ | $K = 1$<br>$K_x'$ quel-<br>conque<br>$K_y' = 1$<br>$n = 1$                      | $K = 1$<br>$K_x' = 1$<br>$K_y'$ quel-<br>conque<br>$n = 1$                      | $K = 1$<br>$K_x' = 1$<br>$K_y' = 1$<br>$n$ quel-<br>conque                   | $K, K_x'$<br>$K_y'$ et $n$<br>quelconques                                                                                                               | $K = K_x'$<br>$= K_y'$<br>$n = 1$ |
| RELATIONS INDÉPENDANTES<br>DES<br>CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT                                                |                                                          |                                                                                 |                                                                                 |                                                                              |                                                                                                                                                         |                                   |
| Rapport des masses de cuivre<br>nécessaires pour constituer<br>les enroulements .....                         | $K^3$                                                    | 1                                                                               | 1                                                                               | 1                                                                            | $K^3$                                                                                                                                                   | $K^3$                             |
| Rapport des coefficients de<br>foisonnement .....                                                             | 1                                                        | 1                                                                               | 1                                                                               | 1                                                                            | 1                                                                                                                                                       | 1                                 |
| Rapport des nombres de spires                                                                                 | $K^2$                                                    | $\frac{1}{K_x'}$                                                                | $\frac{1}{K_y'}$                                                                | 1                                                                            | $\frac{K^2}{K_x' K_y'}$                                                                                                                                 | 1                                 |
| Rapport des longueurs totales<br>des conducteurs .....                                                        | $K^3$                                                    | $\frac{1}{K_x'}$                                                                | $\frac{1}{K_y'}$                                                                | 1                                                                            | $\frac{K^3}{K_x' K_y'}$                                                                                                                                 | K                                 |
| Rapport des résistances tota-<br>les des bobines .....                                                        | $K^3$                                                    | $\frac{1}{K_x'^2}$                                                              | $\frac{1}{K_y'^2}$                                                              | $\frac{1}{n^2}$                                                              | $\frac{K^3}{K_x'^2 K_y'^2 n^2}$                                                                                                                         | $\frac{1}{K}$                     |
| Rapport des volumes homo-<br>logues placés dans le champ<br>magnétique .....                                  | $K^3$                                                    | 1                                                                               | 1                                                                               | 1                                                                            | $K^3$                                                                                                                                                   | $K^3$                             |
| Rapport des épaisseurs des<br>couches ou des galettes ...                                                     | 1                                                        | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ K_x' \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} K_y' \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} K_y' \text{ ou } K_x' \\ \text{ou } K_y' n \\ \text{ou } K_x' n \end{array} \right.$                                          | K                                 |
| Rapport des rayons extérieurs<br>de deux galettes ou des lon-<br>gueurs de deux couches ho-<br>mologues ..... | K                                                        | 1                                                                               | 1                                                                               | 1                                                                            | K                                                                                                                                                       | K                                 |
| Rapport des nombres de cou-<br>ches ou de galettes .....                                                      | K                                                        | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{K_x'} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K_y'} \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{n} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{K_x'} \text{ ou } \frac{K}{K_y'} \\ \text{ou } \frac{K}{K_x' n} \text{ ou } \\ \frac{K}{K_y' n} \end{array} \right.$ | 1                                 |
| Rapport des nombres de spires<br>constituant deux couches ou<br>deux galettes homologues .                    | K                                                        | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K_x'} \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{K_y'} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{K_x'} \text{ ou } \frac{Kn}{K_x'} \\ \text{ou } \frac{K}{K_y'} \text{ ou } \\ \frac{Kn}{K_y'} \end{array} \right.$   |                                   |

TABLEAU III (suite)

|                                                                                                               | 1             | 2                                                                                              | 3                                                                                              | 4                                                                                        | 5                                                                                                                                                                                                          | 6             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Rapport des résistances électriques de deux couches ou de deux galettes homologues ..                         | $K^2$         | $\left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{K_x'^2} \\ \text{ou} \\ \frac{1}{K_x'} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{K_y'} \\ \text{ou} \\ \frac{1}{K_y'^2} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{n^2} \\ \text{ou} \\ \frac{1}{n} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{c} \frac{K^2}{K_x'^2 K_y' n^2} \\ \text{ou} \\ \frac{K^2}{K_x' K_y'^2 n^2} \\ \text{ou} \\ \frac{K^2}{K_x'^2 K_y' n} \\ \text{ou} \\ \frac{K^2}{K_x' K_y'^2 n} \end{array} \right.$ | $\frac{1}{K}$ |
| Rapport des coefficients de self-induction .....                                                              | $K^5$         | $\frac{1}{K_x'^2}$                                                                             | $\frac{1}{K_y'^2}$                                                                             | $\frac{1}{n^2}$                                                                          | $\frac{K^5}{K_x'^2 K_y'^2 n^2}$                                                                                                                                                                            | $K$           |
| Rapport des constantes de temps .....                                                                         | $K^2$         | 1                                                                                              | 1                                                                                              | 1                                                                                        | $K^2$                                                                                                                                                                                                      | $K^2$         |
| RELATIONS OBTENUES POUR UNE VALEUR DONNÉE DE L'INTENSITÉ DU CHAMP MAGNÉTIQUE $H_0$ AU CENTRE DES BOBINES      |               |                                                                                                |                                                                                                |                                                                                          |                                                                                                                                                                                                            |               |
| Rapport des différences de potentiel magnétique $U_2 - U_1$ entre les points deux à deux homologues .....     | $K$           | 1                                                                                              | 1                                                                                              | 1                                                                                        | $K$                                                                                                                                                                                                        | $K$           |
| Rapport des intensités de courant .....                                                                       | $\frac{1}{K}$ | $K_x'$                                                                                         | $K_y'$                                                                                         | $n$                                                                                      | $\frac{K_x' K_y' n}{K}$                                                                                                                                                                                    | $K$           |
| Rapport des densités de courant .....                                                                         | $\frac{1}{K}$ | 1                                                                                              | 1                                                                                              | 1                                                                                        | $\frac{1}{K}$                                                                                                                                                                                              | $\frac{1}{K}$ |
| Rapport des tensions d'alimentation .....                                                                     | $K^2$         | $\frac{1}{K_x'}$                                                                               | $\frac{1}{K_y'}$                                                                               | $\frac{1}{n}$                                                                            | $\frac{K^2}{K_x' K_y' n}$                                                                                                                                                                                  | 1             |
| Rapport des puissances consommées .....                                                                       | $K$           | 1                                                                                              | 1                                                                                              | 1                                                                                        | $K$                                                                                                                                                                                                        | $K$           |
| Rapport des tractions électromagnétiques par unité de surface de section droite de conducteurs homologues ... | 1             | 1                                                                                              | 1                                                                                              | 1                                                                                        | 1                                                                                                                                                                                                          | 1             |

## BOBINES A CONDUCTEURS TUBULAIRES

*Influence des transformations 1, 2 et 3.*

La transformation 1 (multiplication par  $K$  des dimensions extrêmes de l'enroulement) peut être quelconque. Mais, pour les transformations 2 et 3 les dimensions transversales  $\Delta x$  et  $\Delta y$  doivent être multipliées par le même coefficient ( $K'_x = K'_y$ ), sans quoi nous obtiendrions un changement de forme de la section du conducteur tubulaire et une modification complète de ses caractéristiques.

Nous avons vu que, dans le cas des conducteurs tubulaires, la troisième condition de refroidissement est presque toujours largement satisfaite si les deux premières conditions le sont aussi. Nous étudierons donc seulement les premières conditions.

Lorsqu'on désire des densités de courant élevées dans l'enroulement, on est conduit à fractionner la bobine en plusieurs couches ou en plusieurs galettes branchées en parallèle au point de vue de la circulation d'eau et en série ou en parallèle au point de vue électrique (cinquième partie : construction des enroulements).

En appliquant la formule de Darcy, on peut calculer approximativement le rapport des débits partiels de liquide dans les couches ou dans les galettes homologues des deux bobines en admettant la même perte de charge dans les deux cas. Désignons par  $a$  le rayon intérieur du tube et par  $l$  sa longueur :

$$\frac{u'}{u} = \sqrt{\frac{a'^5 l}{a^5 l'}} = \sqrt{\frac{K_x'^5 K_x'}{K^2}} = \frac{K_x'^3}{K}.$$

La résistance électrique de chaque couche ou de chaque galette est multipliée par  $\frac{K^2}{K_x'^3}$ .

La première condition de refroidissement sera donc satisfaite de la même façon dans les deux cas si le rapport des puissances consommées dans les deux couches ou dans les deux galettes homologues est :

$$\frac{W'}{W} = \frac{R' I'^2}{R I^2} = \frac{K^2 I'^2}{K_x'^3 I^2} = \frac{u'}{u} = \frac{K_x'^3}{K}$$

D'où le rapport des intensités maxima admissibles dans l'enroulement :

$$\frac{I'}{I} = \frac{K_x'^3}{K^{3/2}}.$$

Pour le rapport des densités de courant admissibles, nous obtenons :

$$\frac{i'}{i} = \frac{K_x'}{K^{3/2}}.$$

En général, cette première condition est, de beaucoup, la plus restrictive lors de l'emploi des conducteurs tubulaires. Toutefois, si la bobine fonctionne dans des conditions très particulières (grande densité de courant, grande valeur de la pression utilisée pour faire circuler le liquide de refroidissement,

faible longueur des tubes constituant chaque couche ou chaque galette), il peut se produire que la densité de courant soit limitée par la deuxième condition.

Lorsqu'on passe d'un enroulement à l'autre, la puissance consommée dans l'unité de longueur du

tube est multipliée par le facteur  $\frac{I'^2}{I^2} K_x'^{-2}$ . La sur-

face de contact entre le métal et le liquide par unité de longueur du tube est multipliée par  $K_x'$ . Donc, dans le cas particulier où le fonctionnement de la bobine à conducteurs tubulaires est limité par la deuxième condition, les rapports des intensités et des densités de courant admissibles dans les deux cas sont respectivement :

$$\frac{I'}{I} = K_x'^{3/2} \quad \text{et} \quad \frac{i'}{i} = K_x'^{-1/2}$$

*Influence du groupement de plusieurs conducteurs en parallèle (transformation 4).*

Si la bobine est constituée par des couches coaxiales, par exemple, les  $n$  conducteurs enroulés en parallèle constituent  $n$  hélices portées par le même cylindre, et dont le pas vaut  $n$  fois la largeur de l'un des conducteurs tubulaires. Chaque hélice est donc ainsi  $n$  fois moins longue que s'il y avait un seul conducteur. Si la perte de charge lors de la circulation de l'eau est la même dans les deux cas, le débit d'eau à travers une hélice est multipliée par  $\sqrt{n}$ . Le débit d'eau à travers l'ensemble des  $n$  hélices est multiplié par  $n^{3/2}$ . Si le refroidissement de l'enroulement reste limité par la première condition déjà énoncée (ce qui est presque toujours le cas), les puissances maxima qui peuvent être dissipées dans une couche et dans l'ensemble de l'enroulement sont également multipliées par  $n^{3/2}$ . Si, au contraire, le refroidissement est limité par la deuxième condition, la puissance maxima pouvant être dissipée dans la bobine reste inchangée.

Le tableau IV donne, pour les différentes transformations déjà envisagées dans le tableau III (avec  $K'_x = K'_y$ ), les relations existant entre les valeurs maxima des caractéristiques de deux bobines à conducteurs tubulaires, dans l'hypothèse la plus courante où le fonctionnement est limité par la première condition de refroidissement.

On voit, d'après les tableaux III et IV que, dans le cas des conducteurs tubulaires et sans changer les dimensions extérieures de l'enroulement, on multiplie la résistance de la bobine par le même facteur en multipliant par  $K'_x = K'_y$  les dimensions transversales des conducteurs, ou en enroulant  $n = K_x'^2$  conducteurs en parallèle sans modifier leurs dimensions transversales. Dans les deux cas, la puissance maxima pouvant être dissipée dans la bobine est multipliée respectivement par  $K'^2$  et par  $n^{3/2} = K_x'^3$ , tandis que les valeurs du champ magné-

TABLEAU IV

*Relations de similitude dépendant du mode de refroidissement  
Cas des bobines à conducteurs tubulaires*

|                                                                                                                                | 1                                          | 2 et 3                                                 | 4                                          | 5                                | 6                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------|---------------------|
|                                                                                                                                | $K' = 1$<br>$K$ quel-<br>conque<br>$n = 1$ | $K = 1$<br>$K_x$ quel-<br>conque<br>$= K_y$<br>$n = 1$ | $K = 1$<br>$K' = 1$<br>$n$ quel-<br>conque | $K, K'$ et $n$<br>quelconques    | $K' = K$<br>$n = 1$ |
| Rapport des puissances maxima pouvant être consommées dans deux couches ou deux galettes homologues des deux bobines .....     | $\frac{1}{K}$                              | $K_x'^{3/2}$                                           | $n^{3/2}$                                  | $n^{3/2} \frac{K_x'^3}{K}$       | $K^2$               |
| Rapport des puissances maxima pouvant être consommées dans les deux bobines.                                                   | 1                                          | $K_x'^2$                                               | $n^{3/2}$                                  | $n^{3/2} K_x'^2$                 | $K^2$               |
| Rapport des intensités maxima compatibles avec les conditions d'un refroidissement normal .....                                | $K^{-3/2}$                                 | $K_x'^3$                                               | $n^{7/4}$                                  | $n^{7/4} \frac{K_x'^3}{K^{3/2}}$ | $K^{3/2}$           |
| Rapport des densités de courant correspondantes .....                                                                          | $K^{-3/2}$                                 | $K_x'$                                                 | $n^{3/4}$                                  | $n^{3/4} \frac{K_x'}{K^{3/2}}$   | $K^{-1/2}$          |
| Rapport des tensions d'alimentation correspondantes .....                                                                      | $K^{3/2}$                                  | $\frac{1}{K_x'}$                                       | $n^{-1/4}$                                 | $n^{-1/4} \frac{K^{3/2}}{K_x'}$  | $K^{1/2}$           |
| Rapport des valeurs correspondantes du champ produit .....                                                                     | $K^{-1/2}$                                 | $K_x'$                                                 | $n^{3/4}$                                  | $n^{3/4} \frac{K_x'}{K^{1/2}}$   | $K^{1/2}$           |
| Rapport des différences de potentiel magnétique correspondantes entre des points deux à deux homologues des deux bobines ..... | $K^{1/2}$                                  | $K_x'$                                                 | $n^{3/4}$                                  | $n^{3/4} K^{1/2} K_x'$           | $K^{3/2}$           |

tique et de la différence de potentiel magnétique maxima sont multipliées par  $K_x$  dans la première hypothèse, et par  $n^{3/4} = K_x^{3/2}$  dans la seconde. On voit qu'à ce point de vue, la deuxième transformation est plus avantageuse que la première.

Considérons toujours le cas où chaque couche est constituée par  $n$  hélices coaxiales dont le pas vaut  $n$  fois la largeur de l'un des conducteurs tubulaires. Ces  $n$  hélices étant toujours branchées en parallèle au point de vue de la circulation de l'eau, nous pouvons envisager, au point de vue électrique, une connexion en parallèle (comme ci-dessus), ou en série, ou mixte. Ces diverses dispositions permettent, tout en conservant les mêmes valeurs de la puissance maxima dissipée, de la densité de courant maxima et du champ maximum, de faire varier la résistance de la bobine, l'intensité et la tension d'alimentation.

#### BOBINES A CONDUCTEURS IMMERGÉS

Nous savons que dans le cas des bobines à conducteurs immergés, la perte de charge, lors de la circulation du liquide dans les orifices de refroidissement, est toujours faible. La première condition nécessite que les débits partiels des différents intervalles de refroidissement soient proportionnels aux puissances consommées dans les couches ou les galettes refroidies par ces intervalles.

Nous avons établi [56] quelques relations simples exprimant que la première condition est satisfaite dans le cas où la circulation de l'eau s'effectue parallèlement ou perpendiculairement à l'axe de la bobine. Nous avons signalé également qu'il n'y avait pas lieu, en général, de se préoccuper de la première condition lorsque le débit d'eau dont on dispose est

TABLEAU V

*Relations de similitude dépendant du mode de refroidissement.  
Cas des bobines à conducteurs immergés.*

|                                                                                                                | 1                                                   | 2                                                                                         | 3                                                                                         | 4                                                                                   | 5                                                                                                                                                                                              | 6                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
|                                                                                                                | K quelconque<br>$K'_x = 1$<br>$K'_y = 1$<br>$n = 1$ | $K = 1$<br>$K'_x$ quelconque<br>$K'_y = 1$<br>$n = 1$                                     | $K = 1$<br>$K'_x = 1$<br>$K'_y$ quelconque<br>$n = 1$                                     | $K = 1$<br>$K'_x = 1$<br>$K'_y = 1$<br>$n$ quelconque                               | $K, K'_x, K'_y$ et $n$ quelconques                                                                                                                                                             | $K = K'_x = K'_y$<br>$n = 1$ |
| Rapport des puissances maxima pouvant être consommées dans les deux bobines .....                              | $K^3$                                               | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{K'_x} \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \frac{1}{K'_y} \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$      | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{n} \end{array} \right.$        | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{K^3}{K'_x} \\ \text{ou} \\ \frac{K^3}{K'_y} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{n} \end{array}$                              | $K^4$                        |
| Rapport des intensités maxima compatibles avec les conditions d'un refroidissement normal .....                | 1                                                   | $\left\{ \begin{array}{l} K'_x \\ \text{ou} \\ K_x'^{1/2} \end{array} \right.$            | $\left\{ \begin{array}{l} K_y'^{1/2} \\ \text{ou} \\ K'_y \end{array} \right.$            | $\left\{ \begin{array}{l} n \\ \text{ou} \\ n^{1/2} \end{array} \right.$            | $\left\{ \begin{array}{l} K'_x K_y'^{1/2} \\ \text{ou} \\ K_x'^{1/2} K'_y \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} n \\ \text{ou} \\ n^{1/2} \end{array}$                                    | $K^{3/2}$                    |
| Rapport des densités de courant correspondantes .....                                                          | 1                                                   | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ K_x'^{-1/2} \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} K_y'^{-1/2} \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n^{-1/2} \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} K_y'^{-1/2} \\ \text{ou} \\ K_x'^{-1/2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n^{-1/2} \end{array}$                                           | $K^{-1/2}$                   |
| Rapport des tensions d'alimentation correspondantes ....                                                       | $K^3$                                               | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K'_x} \\ \text{ou} \\ K_y'^{-3/2} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} K_y'^{-3/2} \\ \text{ou} \\ \frac{1}{K'_x} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{n} \\ \text{ou} \\ n^{-3/2} \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{K^3}{K'_x K_y'^{3/2}} \\ \text{ou} \\ \frac{K^3}{K_x'^{3/2} K'_y} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{1}{n} \\ \text{ou} \\ n^{-3/2} \end{array}$ | $K^{1/2}$                    |
| Rapport des valeurs correspondantes du champ produit                                                           | $K$                                                 | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ K_x'^{-1/2} \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} K_y'^{-1/2} \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n^{-1/2} \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{K_x'^{1/2}} \\ \text{ou} \\ \frac{K}{K_y'^{1/2}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n^{-1/2} \end{array}$                         | $K^{1/2}$                    |
| Rapport des différences de potentiel magnétique entre des points deux à deux homologues des deux bobines ..... | $K^2$                                               | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ K_x'^{-1/2} \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} K_y'^{-1/2} \\ \text{ou} \\ 1 \end{array} \right.$              | $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n^{-1/2} \end{array} \right.$           | $\left\{ \begin{array}{l} \frac{K^2}{K_x'^{1/2}} \\ \text{ou} \\ \frac{K^2}{K_y'^{1/2}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1 \\ \text{ou} \\ n^{-1/2} \end{array}$                     | $K^{3/2}$                    |

Pour les transformations quelconques de la colonne 5, faire le produit de la transformation indiquée à gauche de la colonne par la transformation indiquée à droite.

nettement supérieur au minimum théoriquement nécessaire. En tous cas, il est facile de constater que, dans le cas des conducteurs immergés, si les relations exprimant la première condition sont satisfaites pour une bobine donnée, elles sont éga-

lement satisfaites lorsque les dimensions extérieures de l'enroulement et les dimensions transversales des conducteurs ont été multipliées respectivement par  $K$ ,  $K'_x$ ,  $K'_y$  et lorsque les conducteurs ont été groupés par  $n$  en parallèle.

Les transformations que nous envisageons n'ont donc pas d'influence sur la première condition.

Étudions maintenant leur influence sur la deuxième condition de refroidissement.

*Influence de la transformation 1  
(multiplication par K des dimensions extérieures  
de l'enroulement)*

La deuxième condition est satisfaite de la même façon pour les deux bobines, si le rapport des puissances consommées dans deux couches ou deux galettes homologues est égal au rapport de leurs surfaces de refroidissement :

$$\frac{R' I'^2}{R I^2} = \frac{K^2 I'^2}{I^2} = K^2.$$

D'où :

$$\frac{I'}{I} = 1.$$

Le rapport des densités de courant aux points homologues compatibles avec la deuxième condition est :

$$\frac{i'}{i} = 1.$$

*Influence des transformations 2 et 3  
(multiplication respectivement par  $K'_x$  et  $K'_y$  des  
dimensions transversales des conducteurs)*

Plaçons-nous d'abord dans le cas où cette modification s'effectue parallèlement à la circulation de l'eau. Nous supposons donc que l'on multiplie respectivement par  $K'_x$  ou  $K'_y$  l'une des dimensions transversales des conducteurs et des isolants : parallèlement à  $Ox$  dans le cas de la circulation axiale, ou parallèlement à  $Oy$  dans le cas de la circulation perpendiculaire à l'axe. On peut ainsi modifier la résistance interne de la bobine sans changer, ni le coefficient de foisonnement, ni les conditions de refroidissement. Le nombre, la disposition, les dimensions et les distances des canaux de refroidissement sont en effet inchangés. Il en est donc de même pour les valeurs maxima du champ produit, de la puissance consommée et des densités de courant dans les enroulements, compatibles avec les conditions d'un refroidissement normal. Mais l'intensité et la tension d'alimentation sont modifiées.

Si, au contraire, la modification s'effectue perpendiculairement à la direction de circulation de l'eau, le refroidissement se trouve modifié. La deuxième condition est satisfaite de la même façon pour les deux bobines si le rapport des puissances consommées dans deux couches ou deux galettes homologues est égal au rapport de leurs surfaces de refroidissement :

$$\frac{R' I'^2}{R I^2} = \frac{I'^2}{I^2} \cdot \frac{1}{K'_x} \left( \text{ou } \frac{1}{K'_y} \right) = 1.$$

D'où :

$$\frac{I'}{I} = K_x'^{1/2} \text{ (ou } K_y'^{1/2}).$$

Le rapport des densités de courant aux points homologues compatibles avec la deuxième condition est :

$$\frac{i'}{i} = K_x'^{-1/2} \text{ (ou } K_y'^{-1/2}).$$

*Influence de la transformation 4  
(groupement de plusieurs conducteurs en parallèle)*

Le raisonnement se conduit exactement comme dans le cas précédent en posant  $K'_x$  (ou  $K'_y$ ) entier  $= n$ . Les mêmes conclusions restent valables.

Le tableau V donne, pour les différentes transformations déjà envisagées dans le tableau IV, les rapports existant entre les valeurs maxima des caractéristiques de deux bobines à conducteurs immergés, lorsque le fonctionnement est limité par la deuxième condition de refroidissement (cas le plus courant).

Il n'y a pas lieu, en général, de s'occuper de la troisième condition qui est toujours satisfaite dans le cas des conducteurs immergés, sauf lorsque la bobine est constituée par des disques de grand diamètre avec circulation axiale de l'eau, ou par des bandes larges avec circulation radiale de l'eau.

**BOBINES A DISQUES PERCÉS DE TROUS,  
AVEC CIRCULATION AXIALE DE L'EAU**

Nous avons déjà signalé que, pour ce genre de bobines, les transformations 1 et 3 sont nécessairement liées par la relation simple  $K = K'_y$ .

Supposons que l'enroulement soit constitué par une série de disques évidés de rayon extérieur  $y_2$  et de rayon intérieur  $y_1$ , coupés suivant un rayon et connectés chacun au suivant par la surface d'un secteur commun selon le dispositif utilisé par F. Bitter [51].

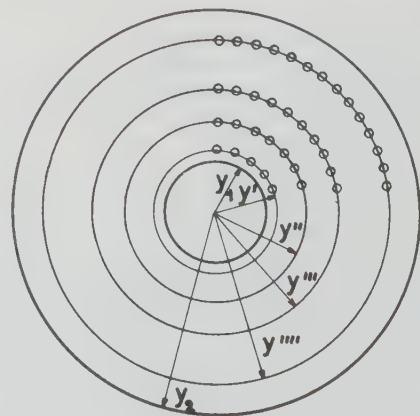


FIG. 43

TABLEAU VI

*Relations de similitude dépendant du mode de refroidissement*  
*Cas des bobines à disques perforés avec circulation axiale de l'eau*

|                                                                                                                | 1 et 3<br>K quel-<br>conque<br>$K'_x = 1$<br>$K'_y = K$<br>$n = 1$ | 2<br>K = 1<br>$K'_x$ quel-<br>conque<br>$K'_y = 1$<br>$n = 1$ | 4<br>K = 1<br>$K'_x = 1$<br>$K'_y = 1$<br>$n$ quel-<br>conque | 5<br>K et $K'_x$<br>quelconques<br>$K'_y = K$<br>$n$ quelconque | 6<br>K =<br>$K'_x = K'_y$<br>$n = 1$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Rapport des puissances maxima pouvant être consommées dans les deux bobines .....                              | $K^2$<br>ou<br>$K^3$                                               | 1                                                             | 1                                                             | $K^2$<br>ou<br>$K^3$                                            | $K^2$                                |
| Rapport des intensités maxima compatibles avec les conditions d'un refroidissement normal .....                | $K^{1/2}$<br>ou<br>K                                               | $K'_x$                                                        | $n$                                                           | $K^{1/2} K'_x n$<br>ou<br>$KK'_x n$                             | $K^{3/2}$                            |
| Rapport des densités de courant correspondantes .....                                                          | $K^{-1/2}$<br>ou<br>1                                              | 1                                                             | 1                                                             | $K^{-1/2}$<br>ou<br>1                                           | $K^{-1/2}$                           |
| Rapport des tensions d'alimentation correspondantes .....                                                      | $K^{3/2}$<br>ou<br>$K^2$                                           | $\frac{1}{K'_x}$                                              | $\frac{1}{n}$                                                 | $\frac{K^{3/2}}{K'_x n}$<br>ou<br>$\frac{K^2}{K'_x n}$          | $K^{1/2}$                            |
| Rapport des différences de potentiel magnétique entre des points deux à deux homologues des deux bobines ..... | $K^{3/2}$<br>ou<br>$K^2$                                           | 1                                                             | 1                                                             | $K^{3/2}$<br>ou<br>$K^2$                                        | $K^{3/2}$                            |
| Rapport des valeurs correspondantes du champ produit .....                                                     | $K^{1/2}$<br>ou<br>K                                               | 1                                                             | 1                                                             | $K^{1/2}$<br>ou<br>K                                            | $K^{3/2}$                            |

Supposons également que les axes des orifices de refroidissement soient répartis sur plusieurs cylindres coaxiaux de rayons  $y'$ ,  $y''$ ,  $y'''$ ,  $y''''$ , etc. (fig. 43) et que le nombre des orifices correspondant à chaque cylindre soit proportionnel au rayon du cylindre, de telle sorte que deux orifices consécutifs soient toujours équidistants.

*Influence des transformations 1*  
 (multiplication par un facteur  $K$  de toutes les dimensions extérieures de la bobine) et 3 (multiplication par  $K'_y$  des diamètres intérieur et extérieur des disques)

Nous avons ici  $K = K'_y$  et les deux transformations sont inséparables en ce qui concerne le diamètre des disques. Si d'autre part nous multiplions aussi par  $K = K'_y$  le diamètre  $2a_1$  des orifices de refroidissement et les rayons  $y'$ ,  $y''$ ,  $y'''$ , etc., des cylindres sur lesquels ils sont répartis, les résultats

obtenus pour les conducteurs immergés restent valables ici, en posant  $K = K'_y$  et en faisant le produit des transformations 1 et 3.

Si, au contraire, le diamètre  $2a_1$  des orifices de refroidissement, la distance constante  $b$  entre les axes de deux trous consécutifs et les différences  $y' - y_1$ ,  $y'' - y'$ ,  $y''' - y''$ , etc., sont inchangés, le nombre de trous sur chaque cylindre est proportionnel au rayon de celui-ci. Le nombre de ces cylindres dépend également de  $K$ . Il est supposé déterminé comme il est indiqué dans la publication [56] pour que la deuxième condition soit partout satisfaite de la même façon. Cette transformation permet de conserver la même valeur de la densité de courant maxima aux points homologues.

*Influence des transformations 2  
(multiplication par  $K'_x$  de l'épaisseur des disques) et 4  
(groupement de  $n$  disques en parallèles)*

Ces problèmes s'étudient exactement comme pour les conducteurs immergés. Les mêmes résultats restent valables.

Le tableau VI donne, pour les différentes transformations déjà envisagées dans les tableaux IV et V, les rapports existant entre les valeurs maxima des caractéristiques de deux bobines à disques perforés, avec circulation axiale de l'eau, dans les hypothèses ci-dessus et dans le cas le plus courant où le fonctionnement est limité par la deuxième condition de refroidissement. En raison du mode de circulation de l'eau, les transformations 2 et 4 s'effectuent toujours ici parallèlement à la direction de circulation de l'eau et la transformation 3 s'effectue toujours perpendiculairement à cette même direction. Il n'y a donc à chaque fois qu'un seul cas à envisager. Dans la colonne « 1 et 3 » et dans la colonne 5, les deux rapports indiqués correspondent aux deux hypothèses envisagées pour les transformations 1 et 3.

## RESUME ET CONCLUSION DE LA QUATRIEME PARTIE

La multiplication par un facteur  $K$  plus grand que 1 des dimensions extérieures d'une bobine dans

laquelle on conserve, à un facteur de similitude près, la forme extérieure et la répartition des densités de courant, entraîne les inconvénients suivants :

- augmentation de la masse de cuivre nécessaire ;
  - augmentation de la puissance consommée pour produire un champ donné ;
  - augmentation du débit d'eau nécessaire ;
- mais aussi les avantages suivants :
- augmentation du volume placé dans le champ magnétique ;
  - diminution de la puissance consommée pour produire une différence de potentiel magnétique donnée entre points homologues ;
  - diminution de la densité de courant nécessaire pour produire un champ donné ;
  - augmentation du champ maximum que peut fournir la bobine.

Il y a donc généralement intérêt, lorsqu'on n'est pas limité par la puissance disponible, à utiliser des bobines d'assez grandes dimensions car elles sont plus robustes et peuvent fournir une valeur maxima plus élevée du champ et surtout de la différence de potentiel magnétique.

Dans le cas des conducteurs tubulaires, on a intérêt, soit à augmenter aussi les dimensions transversales des conducteurs, soit, mieux, à brancher plusieurs tubes en parallèle au point de vue de la circulation de l'eau. On augmente ainsi la puissance maxima pouvant être consommée dans l'enroulement et le champ maximum produit, qui restent tout de même assez modérés.

Pour les conducteurs immergés, en augmentant les dimensions extérieures de la bobine sans modifier l'épaisseur des couches ou des galettes, entre les canaux servant au refroidissement, on augmente les valeurs maxima de la puissance consommée et du champ produit. On peut, d'autre part, modifier à volonté l'autre dimension transversale du conducteur pour donner à la résistance de la bobine la valeur la mieux adaptée à la source d'énergie électrique dont on dispose. Dans le cas des conducteurs immergés, les efforts mécaniques sur les conducteurs interviennent souvent pour limiter la valeur du champ magnétique maximum produit par la bobine.

Le cas des bobines à disques se traite à peu près comme celui des bobines à conducteurs immergés.

## PRINCIPALES MÉTHODES DE CONSTRUCTION DES BOBINES SANS FER

Les calculs développés précédemment permettent de choisir la forme extérieure, les dimensions, la répartition des densités de courant, les sections des conducteurs. L'enroulement ainsi calculé doit posséder les caractéristiques suivantes :

— être bien adapté aux mesures que l'on se propose d'effectuer (en particulier, la forme et les dimensions du canal central sont souvent imposés par les appareils que l'on doit y loger);

— correspondre aux caractéristiques (tension, intensité maxima) du générateur destiné à l'alimenter);

— consommer une puissance aussi faible que possible, en tenant compte des autres facteurs;

— satisfaire en toutes ses parties aux trois conditions principales de refroidissement et offrir à ce sujet une marge importante de sécurité.

— être de construction relativement simple et robuste;

— supporter sans inconvénient les efforts électromécaniques auxquels il est soumis, même en cas de surcharge momentanée accidentelle.

Nous nous proposons maintenant de comparer quelques modes de construction des enroulements, classés d'après le procédé de refroidissement utilisé (conducteurs tubulaires, disques épais et percés, disques avec circulation axiale, conducteurs pleins immergés). Nous étudierons dans chaque cas les problèmes pratiques qui s'y rapportent (choix des sections des conducteurs, obtention d'une répartition donnée des densités de courant, isolement, frettage et immobilisation des conducteurs, connexions, arrivées d'eau et éventuellement enveloppe de la bobine).

## I. — BOBINES A CONDUCTEURS TUBULAIRES

a) *Choix de la forme de la section*

L'enroulement est constitué par des tubes de cuivre électrolytique de section extérieure circulaire, ou mieux carrée (cette dernière forme permettant de réduire les vides entre les conducteurs, et par conséquent de diminuer le coefficient de foisonnement), et de section intérieure circulaire, carrée, ou parfois plus compliquée. Le canal intérieur circulaire est celui qui occasionne, pour une section et pour un débit d'eau donnés, la plus faible perte de charge par unité de longueur du tube. C'est donc la section qu'il convient d'adopter à chaque fois que le refroidissement est limité par la première condition (ce qui est

le cas le plus fréquent). Cependant, dans certains cas, (tubes très courts et de grande section, avec densité de courant considérable), le refroidissement est limité, non par la première condition, mais par la deuxième. On peut alors préférer des formes de canaux donnant une plus grande surface de contact entre le métal et le liquide. C'est ainsi que A. Cotton et B. Tsai [59] ont utilisé un conducteur à section intérieure carrée, et Simon Freed [67] un tube à

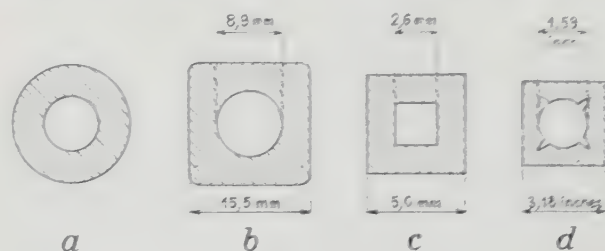


FIG. 44.

a : tube à section circulaire.

b : section du tube utilisé pour le grand électroaimant de Bellevue.

c : section du tube utilisé pour les bobines supplémentaires de A. Cotton et B. Tsai.

d : tube utilisé par S. Freed.

section plus compliquée (fig. 44). Mais ceci n'est qu'exceptionnellement nécessaire pour les conducteurs tubulaires. Nous avons également montré, lors de l'étude du refroidissement, que la troisième condition n'intervient presque jamais dans le cas des tubes, sauf pour un très gros conducteur alimenté sous basse tension et parcouru par un courant très intense.

En définitive, la section la plus convenable pour les conducteurs tubulaires, dans presque tous les cas, est circulaire à l'intérieur et carrée à l'extérieur, avec angles arrondis, pour éviter de détériorer l'isolant.

b) *Répartition des densités de courant*

En négligeant en première approximation les variations de la résistivité dues à l'inhomogénéité de la température, la densité de courant est constante dans la masse du conducteur si celui-ci est rectiligne.

Elle varie, au contraire, entre  $i$  et  $i \frac{2}{y + \Delta y}$  pour un conducteur enroulé, compris entre les cylindres de rayons  $y$  et  $y + \Delta y$ . Le plus souvent, cette variation est faible,  $\Delta y$  étant petit par rapport à  $y$ .

Si la bobine est alimentée sous une tension continue de l'ordre de 50 V à 300 V par exemple, toutes les spires sont connectées en série au point de vue électrique. Leur section est alors constante si l'on désire une densité de courant constante dans tout l'enroulement. On la calcule immédiatement :

$$S = \frac{I}{i},$$

( $S$  = section du métal seul, en  $\text{cm}^2$ ;  $I$  = intensité, en A;  $i$  = densité de courant, en  $\text{A}/\text{cm}^2$ ).

En faisant varier  $S$  d'une spire à l'autre, on peut faire varier à volonté  $i$  aux différents points de l'enroulement. On peut donc réaliser ainsi n'importe quelle loi de répartition des densités de courant. Mais ceci pose des problèmes au sujet de la circulation de l'eau, car les longueurs admissibles en vertu de la première condition de refroidissement dépendent de la section du tube. De plus, d'autres difficultés surgissent lorsqu'on veut éviter de créer des vides entre les conducteurs de sections différentes. Enfin l'immobilisation des différentes spires les unes par rapport aux autres, lorsqu'elles ne sont pas de même section, n'est pas toujours facile. Cependant, le problème peut, dans certains cas, mériter une solution, même au prix d'une complication plus grande de la construction.

Si la bobine est alimentée sous très basse tension, on peut être amené à connecter certaines spires en parallèles. Lorsqu'on désire quand même obtenir une répartition donnée des densités de courant, il ne faut réunir en parallèles que des spires correspondant aux mêmes valeurs de  $V$  (chute de tension le long d'une spire). Ces valeurs figurent dans les différents cas sur les courbes de la première partie et sur les tableaux complémentaires qui peuvent être adressés sur demande. Les valeurs maxima de  $I$  et de  $i$  correspondant à un refroidissement normal figurent dans la deuxième partie (Refroidissement des enroulements).

#### c) Isolement des conducteurs

La méthode la plus souvent utilisée consiste à enrouler autour du conducteur une tresse ou un ruban caoutchouté ou fixé avec un vernis. L'emploi d'un vernis aux silicones permet d'élever la température de fonctionnement sans inconvénient pour l'isolant. Mais la résistivité du métal, et par conséquent la puissance consommée dans l'enroulement, croissent par augmentation de température. L'isolement par tresse est robuste et n'augmente pas exagérément le coefficient de foisonnement, si la section du conducteur est suffisante. Un simple isolement au vernis risquerait d'être arraché, soit au cours de la construction, soit en raison des efforts électro-mécaniques qui peuvent faire glisser légèrement les conducteurs les uns par rapport aux autres.

On peut être amené, pour améliorer l'isolement et pour diminuer les risques de déplacement relatif des

conducteurs, à séparer deux couches successives de spires par une feuille isolante roulée et présentant une certaine rigidité (carton bakélinisé par exemple); ou bien on peut séparer par des disques isolants les « galettes » consécutives.

#### d) Frettage et immobilisation des conducteurs

Les déformations possibles sont de plusieurs sortes.

1. — Les spires tendent à se serrer les unes contre les autres, de manière à diminuer la longueur  $2x_1$  de la bobine. Ceci peut être sans inconvénient, à condition que l'isolement puisse supporter cette pression, localement considérable, surtout si les « galettes » ne sont pas enroulées très régulièrement. Il est alors prudent de disposer des disques isolants entre les différentes galettes.

Si, au contraire, l'enroulement est constitué par des couches cylindriques, on peut craindre que, sous l'action de ces forces parfois très grandes, les différentes spires d'une même couche viennent se chevaucher, risquant de provoquer des courts-circuits entre spires. Un tel chevauchement des conducteurs est surtout à redouter pour les tubes de faible section.

2. — Le diamètre des spires circulaires tend à augmenter. Cela correspond à une traction exercée sur le conducteur. Il faut vérifier par le calcul que les efforts exercés ne risquent pas d'entraîner une déformation permanente de l'enroulement. Ceci ne serait d'ailleurs à craindre que pour les bobines à très grandes densités de courant, et produisant des champs magnétiques considérables.

3. — Les forces mentionnées ci-dessus s'équilibrent partout, sauf aux extrémités du conducteur, qui tend ainsi à se dérouler. Il faut fixer très solidement ces extrémités, tout en les isolant.

4. — Les parties rectilignes, lorsqu'elles sont placées dans un champ magnétique intense, sont soumises à des efforts de flexion qu'elles ne peuvent souvent pas supporter. Un exemple typique est fourni par les bobines destinées à l'étude de la biréfringence magnétique [68]. Les conducteurs rectilignes doivent être fortement frettés. Ce cas particulier est en dehors du cadre de la présente étude. Il est assez rare d'avoir à tenir compte d'efforts exagérés exercés sur des portions rectilignes de conducteurs, dans le cas de bobines destinées à la production d'un champ magnétique très intense dans un volume réduit.

#### e) Circulation d'eau

La méthode classique de refroidissement des conducteurs tubulaires consiste à les diviser en plusieurs portions branchées en parallèle pour la circulation de l'eau et en série pour le courant élec-

trique. On diminue beaucoup ainsi la perte de charge. Nous n'insisterons pas sur ce mode de refroidissement, déjà décrit par plusieurs auteurs [69, 70, 71]. Rappelons cependant que les tubes servant à l'alimentation en eau doivent être isolants (en caoutchouc par exemple). Lorsque l'enroulement est entièrement constitué par le même type de tube, on ne doit brancher en parallèle au point de vue de la circulation de l'eau que des longueurs égales de tubes, afin que la première condition de refroidissement soit partout satisfaite de la même façon. La deuxième partie (Refroidissement des enroulements) donne les longueurs admissibles de conducteurs tubulaires dans les différents cas. Bien entendu, ces longueurs maxima admissibles dépendent beaucoup de la section et de la densité de courant. Il faut en tenir compte lorsque la section du conducteur n'est pas la même dans tout l'enroulement, ou même, à section constante, lorsque la densité de courant varie en différents points de l'enroulement (ceci est réalisable, même à section constante du tube, en réunissant en parallèle au point de vue électrique des longueurs différentes de conducteurs).

#### f) Réalisation des enroulements

Les arrivées d'eau pour l'alimentation des sections de tubes ne peuvent avoir lieu que par la périphérie ou par les faces terminales de la bobine. Les tubes peuvent être enroulés, soit par couches hélicoïdales, soit par spirales alternativement droites et gauches, groupées par deux en série.

1. — Dans la première méthode, si la section du tube est constante dans tout l'enroulement, et si l'enroulement est à gorge rectangulaire, le nombre de spires d'une couche de rayon moyen  $y$  est, en désignant par  $2b_1$  le côté du carré qui constitue la section droite du tube, et par  $2x_1$  la longueur de la bobine :

$$\frac{2x_1}{2b_1}.$$

La longueur du tube constituant une couche est donc :

$$2\pi y \frac{x_1}{b_1}.$$

Elle varie d'une couche à l'autre. Toutefois, on peut obtenir des portions de longueur constante en groupant par deux en série les couches de rayons  $y'$  et  $y''$  tels que :

$$y' + y'' = y_1 + y_2$$

(fig. 45). La longueur du tube pour l'ensemble des deux couches est alors :

$$2\pi(y_1 + y_2) \frac{x_1}{b_1}.$$

Bien entendu, le pas des différentes hélices est le même. Il vaut ici  $2b_1$ .

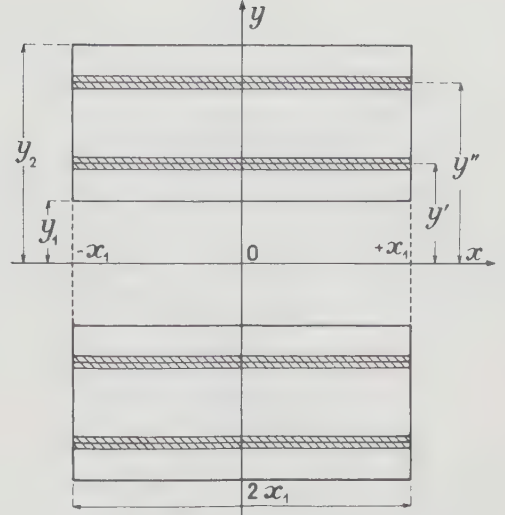


FIG. 45.

Si la longueur  $2\pi(y_1 + y_2) \frac{x_1}{b_1}$  est incompatible avec la première condition de refroidissement, il est possible de diviser cette longueur par  $n$  ( $n$  étant entier et égal à 2, 3 ou 4, par exemple), en constituant chaque couche par  $n$  hélices identiques de pas  $2nb_1$  (fig. 46). Ces  $n$  hélices sont branchées en parallèle au point de vue de la circulation de l'eau. Au point de vue électrique, elles sont connectées en série ou en parallèles, selon les nécessités.

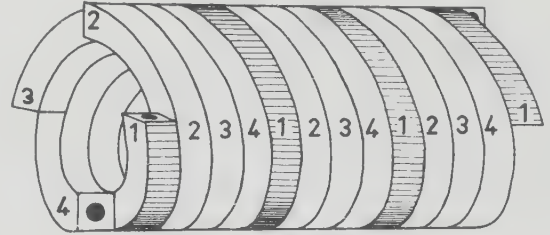


FIG. 46.

Si l'enroulement est à gorge trapézoïdale, le nombre de spires d'une couche de rayon moyen  $y$  est aisément calculable. En désignant toujours par  $2b_1$  le côté du carré qui constitue la section droite du tube, et en utilisant les notations de la figure 47, ce nombre vaut :

$$\frac{2x}{2b_1}.$$

La longueur du tube constituant une couche est donc :

$$2\pi y \frac{x}{b_1}$$

En se plaçant dans les conditions les plus favorables, qui correspondent à  $x = y$ , cette longueur vaut :

$$2\pi \frac{y^2}{b_1}.$$

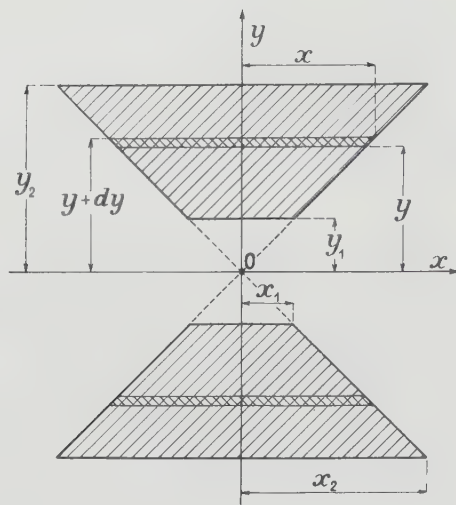


FIG. 47.

On voit qu'il n'est plus possible cette fois-ci de grouper toutes les couches d'égale épaisseur deux par deux afin d'obtenir des portions de longueur constante. Mais, on peut tout de même se rapprocher de ces conditions en utilisant, sur une couche de rayon  $y$ ,  $n$  hélices de pas  $2nb_1$ ,  $n$  prenant, au fur et à mesure que  $y$  augmente, les premières valeurs entières successives, afin d'être toujours aussi près que possible de la condition :

$$\frac{2\pi y^2}{nb_1} = \text{Cte.}$$

2. — Dans la deuxième méthode de construction, l'enroulement est constitué par des spirales alternativement droites et gauches, groupées par deux en série, tant au point de vue électrique que pour la circulation de l'eau (fig. 48). Dans ce cas, les arrivées d'eau et les connexions électriques se font exclusivement à la périphérie de la bobine. C'est la méthode de construction qui a été utilisée dans plusieurs électro-aimants avec fer consommant une puissance importante :

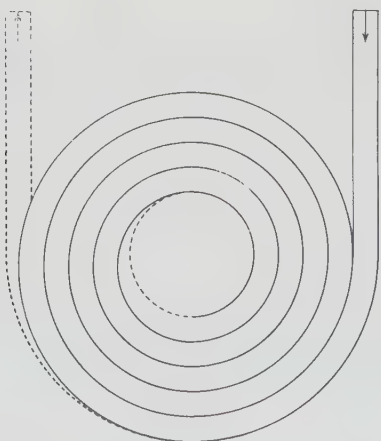


FIG. 48.

Le grand électroaimant de Bellevue et sa maquette [71], celui de l'Université d'Uppsala [2], de l'Université de Leyde [72], l'électroaimant réalisé plus récemment par G. Someda et M. Meslin [73].

Cette méthode a aussi été utilisée pour certaines bobines sans fer.

Dans le cas où la longueur de la double spirale dépasse le maximum compatible avec la première condition de refroidissement des conducteurs tubulaires, il est possible de grouper les tubes par  $n$  en parallèle au point de vue de la circulation de l'eau (les connexions électriques pouvant à volonté être réalisées en série ou en parallèle, selon les nécessités). Chacune des spirales doubles comprend alors  $n$  fois moins de spires. Toutefois, dans ce dernier cas, la construction de l'enroulement est assez délicate, et nécessite une immobilisation très soignée des conducteurs. La figure 49 correspond à  $n = 2$ .

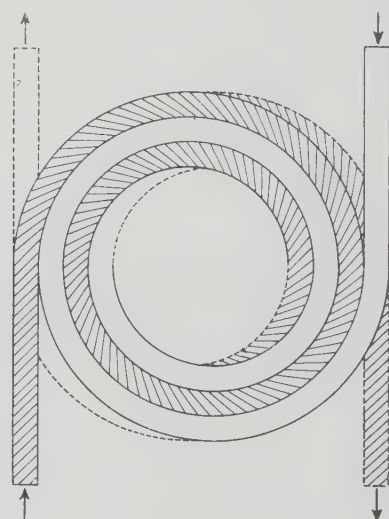


FIG. 49.

### — BOBINES A DISQUES EPAIS ET PERCES DE CONDUITS TUBULAIRES

La figure 50 donne le schéma de l'une des trois bobines construites par A. Cotton et B. Tsai [52], et utilisées au Palais de la Découverte à Paris, depuis 1937. Elles sont alimentées en parallèle par une grosse dynamo unipolaire, et chacune d'elles est alors parcourue par une intensité de 20 000 ampères. Les disques épais, en cuivre, sont fendus suivant un rayon, et sont tous disposés le long d'un même axe. On peut amener un disque en coïncidence avec le suivant en le translatant le long de l'axe d'une longueur égale à l'épaisseur d'un disque, et en le faisant tourner d'un angle  $\alpha$  de l'ordre de  $25^\circ$ . Les disques successifs sont connectés suivant le secteur commun d'angle  $\alpha$ , et au contraire isolés suivant le reste de

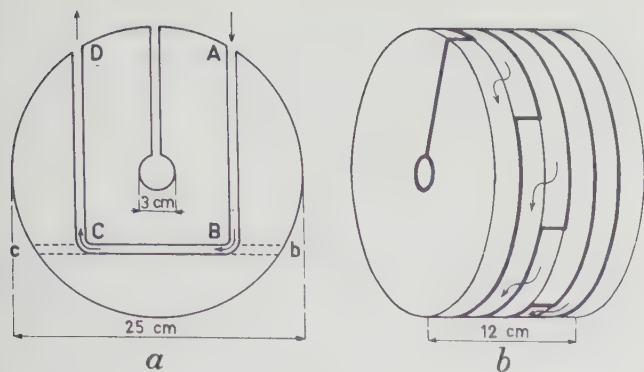


FIG. 50.

a : schéma de la circulation dans un disque.

b : schéma des connexions (les traits renforcés représentent les couches isolantes; les flèches indiquent le circuit parcouru par le courant électrique).

leur surface. Ces connexions, ainsi que le mode de circulation de l'eau dans chaque disque, sont indiqués sur la figure 50. Les canaux de circulation sont réalisés en perceant trois fois chaque disque suivant AB, CD et bBCc, puis en rebouchant les portions bB et Cc.

#### a) Répartition des densités de courant

La chute de tension le long d'un cercle tracé sur le disque étant indépendante de son rayon  $y$ , en raison du mode de connexion, on peut écrire :

$$V = 2\pi\rho iy = \text{Cte.}$$

La densité de courant est donc spontanément répartie suivant la loi :

$$i = \frac{i_0}{y}$$

En réalité, cette répartition n'est pas rigoureusement réalisée dans le cas présent, pour deux raisons :

— le conducteur est percé de canaux de refroidissement qui perturbent la répartition des densités de courant ;

— la température n'est pas uniforme dans tout l'enroulement, ce qui entraîne une variation de la résistivité.

En admettant, en première approximation, la répartition indiquée, il est facile de calculer l'intensité totale qui parcourt un disque d'épaisseur  $\Delta x$  :

$$I = i_0 \Delta x \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y} = i_0 \Delta x \log_e \frac{y_2}{y_1}.$$

D'autre part, il est possible, en connectant en série des disques d'épaisseurs différentes, d'obtenir dans l'ensemble de la bobine une répartition de la forme :

$$i = \frac{i_0}{y} f(x),$$

$f(x)$  étant une fonction quelconque de  $x$  seul. En désignant par  $\Delta x$  l'épaisseur d'un disque d'abscisse  $x$ ,

l'intensité totale  $I$  qui parcourt tous les disques connectés en série est :

$$I = i_0 \Delta x f(x) \log_e \frac{y_2}{y_1}.$$

La valeur de  $I$  est imposée par les caractéristiques du générateur dont on dispose pour l'alimentation de la bobine. En choisissant les valeurs de  $y_1$ ,  $y_2$  et la forme de la fonction  $f(x)$ ,  $i_0$  et  $\Delta x$  sont entièrement déterminés en fonction de  $x$ . Dans les bobines du Palais de la Découverte, cette possibilité de variation de l'épaisseur des disques n'est pas utilisée, ce qui revient à poser :  $f(x) = \text{Cte.}$

#### b) Isolement

L'isolement est facile à réaliser. Il suffit de séparer les disques métalliques consécutifs au moyen de secteurs isolants présentant une certaine rigidité mécanique (en carton bakérisé ou en « teflon » par exemple). L'angle des secteurs isolants est  $2\pi - \alpha$  (en radians),  $\alpha$  étant l'angle du secteur commun suivant lequel s'effectue la soudure des disques consécutifs.

#### c) Immobilisation des conducteurs

Le frettage est inutile. Les conducteurs n'ont aucune tendance à se dérouler, en raison de leur forme. Pour assurer la rigidité de l'ensemble, il suffit de serrer fortement la bobine, afin de bien appliquer les disques les uns contre les autres. D'ailleurs, sauf dans le cas où les disques seraient spécialement construits, et comporteraient un très grand nombre de canaux de refroidissement, la densité de courant est fortement limitée par les conditions de refroidissement. Cette densité de courant est donc toujours modérée, et les efforts mécaniques exercés sur les disques sont assez minimes.

#### d) Circulation d'eau

Le schéma de la circulation de l'eau dans le disque est indiqué sur la figure 50. Voyons comment les trois conditions de refroidissement interviennent pour limiter les conditions d'emploi d'une telle bobine.

*Première condition.* — Le canal de circulation à travers chaque disque est court, mais la perte de charge est tout de même assez importante en raison des coudes brusques en B et en C. Pour augmenter le débit à travers le disque, il faudrait multiplier les canaux de refroidissement (fig. 51), et — bien entendu — les faire parcourir en parallèle par l'eau de refroidissement.

*Deuxième condition.* — La multiplication des canaux de refroidissement permet également d'augmenter la surface de contact entre le métal et le

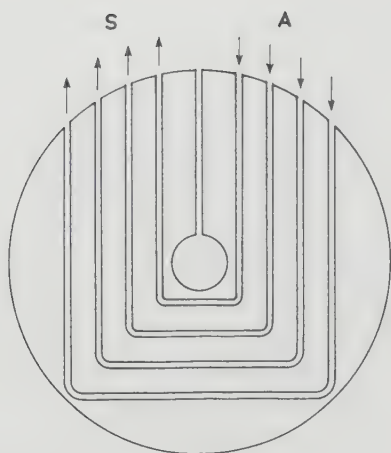


FIG. 51.  
A : arrivée de l'eau.  
S : sortie de l'eau.

liquide. Cette surface de contact est aisément calculable dans chaque cas particulier, en fonction des dimensions des orifices, et il est facile de voir si la puissance dissipée reste au-dessous de la limite admissible (200 W/cm<sup>2</sup>).

*Troisième condition.* — Le plus souvent, la densité de courant maxima admissible est limitée par la deuxième condition. Toutefois il se peut, dans certains cas (en particulier lorsque le canal de refroidissement reste toujours loin du cercle intérieur limitant le disque) que la troisième condition intervienne pour limiter la densité de courant admissible.

### III. — BOBINES A DISQUES PERCÉS DE TROUS, AVEC CIRCULATION AXIALE DE L'EAU

Ce dispositif a été décrit par F. Bitter [51]. Nous ne donnerons donc ici que quelques remarques complémentaires.

#### a) Répartition des densités de courant

Nous pouvons reprendre ici à peu près identiquement le raisonnement fait pour les disques épais et percés de conduits tubulaires. Avec des disques ayant tous la même épaisseur, la densité de courant est de la forme :  $i = \frac{i_0}{y}$ . En utilisant des disques ayant mêmes diamètres intérieur et extérieur, mais des épaisseurs différentes convenablement choisies, on peut réaliser une répartition de la forme  $i = \frac{i_0}{y} f(x)$ ,  $f(x)$  étant une fonction quelconque de  $x$  seul. L'épaisseur  $\Delta x$  qu'il faut donner à chaque disque est

liée à son abscisse  $x$ , et à l'intensité totale  $I$  du courant dans l'enroulement par la relation.

$$I = \Delta x \int_{y_1}^{y_2} i dy = i_0 f(x) \Delta x \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y} = i_0 \Delta x f(x) \log_e \frac{y_2}{y_1}.$$

On peut aussi utiliser dans ce but des disques ayant tous la même épaisseur (ce qui est plus simple pour l'usinage) et faire varier seulement l'angle de décalage d'un disque à l'autre.

En particulier, ces nouveaux modes de construction, décrits en détail par ailleurs [53], permettent de réaliser avec le maximum de simplicité et de robustesse les enroulements n° Ib et Id étudiés dans la deuxième partie, ainsi que d'autres répartitions donnant par exemple une bonne uniformité du champ produit, ou encore une grande différence de potentiel magnétique.

La perturbation apportée à la répartition des densités de courant par la présence des canaux de refroidissement est plus faible ici que dans le cas précédent, car les orifices circulaires ont leurs centres répartis régulièrement sur des cercles concentriques. Par contre, la non uniformité de la température (et par conséquent de la résistivité) peut modifier notablement cette répartition.

#### b) Isolement des disques

L'isolement des disques s'effectue à peu près comme dans le cas précédent. Toutefois, quelques remarques s'imposent.

— L'eau de refroidissement circule parallèlement à l'axe. Les disques minces qui assurent l'isolement doivent donc être percés d'orifices qui correspondent à ceux des disques conducteurs. Cette correspondance parfaite doit se maintenir au cours du fonctionnement, ce qui nécessite d'éviter tout glissement relatif des disques les uns par rapport aux autres.

— Les canaux de circulation étant constitués par un empilement de disques percés, les parois des canaux sont nécessairement rugueuses et la perte de charge linéaire est plus grande que dans un canal à parois lisses de même section.

— Pour éviter les fuites d'eau entre les disques, ceux-ci doivent être très réguliers et fortement serrés les uns contre les autres.

— La matière constituant l'isolant doit pouvoir supporter une température dépassant parfois 100° C (loin des canaux de circulation) et ne doit pas subir de variation de volume ni de déformation notables sous l'action de l'eau. F. Bitter a utilisé des disques perforés en mica.

#### c) Immobilisation des conducteurs

Comme dans le cas précédent, le fretage est à peu près inutile, car les disques n'ont pas tendance

à se dérouler. Par contre, ils doivent être fortement serrés les uns contre les autres pour éviter toute déformation et aussi pour les raisons indiquées dans le paragraphe b). Le procédé utilisé par F. Bitter dans ce but est décrit dans une de ses publications.

#### d) Circulation d'eau

Pour obtenir un refroidissement correct et uniforme qui satisfasse simultanément aux trois conditions nécessaires, il doit exister une relation entre les rayons  $y'$ ,  $y''$ ,  $y'''$ ,  $y''''$ , etc., des cylindres sur lesquels sont répartis les orifices, le rayon  $a_1$  des orifices tubulaires et l'équidistance  $b$  de deux orifices voisins, pris sur un même cylindre (deuxième partie : refroidissement des enroulements [56]).

### IV. — BOBINES CONSTITUEES PAR DES CONDUCTEURS IMMERGES, DE SECTIONS CONVENABLEMENT CHOISIES

#### a) Choix de la forme des conducteurs et répartition des densités de courant

Dans ce cas, les conducteurs sont presque toujours à section rectangulaire. Ils sont refroidis uniquement par l'extérieur. Pour cela, on les maintient à une faible distance les uns des autres par des cales isolantes entre lesquelles on fait circuler le liquide. On dispose alors de deux variables : la largeur  $\Delta x$  du fil et son épaisseur  $\Delta y$ . Cela permet de donner à la densité de courant une valeur choisie, en chaque point de l'enroulement, tout en satisfaisant à une autre relation (par exemple la deuxième condition de refroidissement, qui est généralement la plus restrictive). Bien entendu, on doit simultanément donner à l'intensité et à la puissance totale consommée dans la bobine des valeurs compatibles avec les caractéristiques du générateur.

En ce qui concerne uniquement la répartition des densités de courant, les remarques faites ci-dessus à propos des enroulements à conducteurs tubulaires sont toujours valables pour la connexion des spires en série et en parallèle.

#### b) Isolement des conducteurs

Pour l'isolement des conducteurs immergés, il faut distinguer les faces non refroidies et les faces en contact avec le liquide. Les premières peuvent être isolées par une couche isolante continue, par exemple du vernis. Toutefois, l'isolant peut toujours être arraché, soit au moment de la construction de l'enroulement, soit en raison des efforts électromagnétiques qui s'exercent pendant le fonctionnement. Au

contraire, les faces refroidies par le liquide doivent être dénudées, sans quoi la puissance qui peut être dissipée par unité de surface de contact entre le métal et le liquide serait fortement diminuée (par exemple divisée par 8 ou par 10) même pour une couche de vernis relativement mince. Dans une des bobines construites au Laboratoire A. Cotton à Bellevue, nous avons isolé les conducteurs au moyen d'étroites bandes de fibre entre lesquelles l'eau circule. B. Tsai préconise l'enroulement d'un fil de « nylon » en spires non jointives autour des conducteurs, ce qui laisse circuler l'eau entre eux. Cette méthode est très pratique et convient fort bien tant que la température du métal reste modérée. Dans le cas contraire, un court-circuit est évidemment possible car le « nylon » chauffé se ramollit et résiste mal aux efforts électromagnétiques qui agissent sur les conducteurs. Mais, lorsque son utilisation peut être envisagée sans danger, cette méthode d'isolement des conducteurs immergés est simple et pratique. C'est ainsi que fut construite en 1948 la bobine utilisée à Oxford pour les désaimantations adiabatiques. On peut aussi isoler les conducteurs par du vernis sur leurs faces non refroidies, et au contraire les laisser nus sur leurs faces refroidies (ce qui est indispensable, ainsi que nous l'avons déjà signalé). Les conducteurs sont alors séparés par des bandes ou des tiges isolantes minces et étroites, rectilignes, en fibre, en « céloron », en « teflon », ou en bien d'autres matériaux isolants.

Nous pouvons encore citer deux procédés intéressants d'isolement permettant la circulation de l'eau. L'un consiste à braser sur les conducteurs des lamelles de maillechort qui maintiennent l'écartement des conducteurs (fig. 52). La résistance des

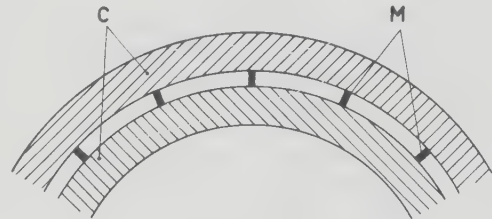


FIG. 52.  
C : conducteurs en cuivre.  
M : cales en maillechort.

spires de cuivre est beaucoup plus faible que celle des cales de maillechort, de sorte que le fonctionnement de la bobine n'est pas beaucoup perturbé. Cette méthode a été utilisée dans la bobine construite par A. Cotton, Picard et Huguenard, et utilisée par Fortrat et Dejean [54].

Le second procédé consiste à utiliser un conducteur cannelé transversalement, dont on a émaillé la partie saillante des cannelures. Ainsi, les conducteurs sont isolés et le liquide peut circuler dans les cannelures creuses (fig. 53).



FIG. 53.

### c) Frettage et immobilisation des conducteurs

Dans le cas des conducteurs rectilignes placés dans un champ magnétique intense (bobines destinées à la mesure de la biréfringence magnétique, par exemple), le frettage est indispensable. Par contre, il n'est pas toujours nécessaire pour les spires circulaires, seules envisagées dans la présente étude. En effet, elles sont soumises à des efforts électromagnétiques qui tendent à augmenter leur diamètre et auxquels elles peuvent aisément résister si la densité de courant n'est pas trop élevée. Mais, comme nous l'avons vu plus haut (Troisième partie : efforts électromagnétiques) la limite élastique du métal risque d'être atteinte et même largement dépassée lorsque la densité de courant est très grande. Le frettage est alors indispensable.

Dans tous les cas, les conducteurs doivent être fermement maintenus pour qu'ils ne puissent pas se déplacer les uns par rapport aux autres. Cette immobilisation est une des conditions essentielles du bon fonctionnement d'une bobine. Sans cette précaution indispensable, des contacts accidentels peuvent s'établir entre spires voisines, court-circuitant ainsi une partie de l'enroulement et provoquant parfois sa détérioration.

Les remarques faites à propos du frettage et de l'immobilisation des conducteurs tubulaires sont encore valables ici. En particulier, nous pouvons distinguer plusieurs sortes de déformations possibles, dont il faut tenir le plus grand compte lors de la construction de l'enroulement.

1. — Les spires tendent à se serrer les unes contre les autres et à diminuer ainsi la longueur  $2x_1$  de la bobine. L'écrasement des isolants et le chevauchement des conducteurs sont toujours à craindre de ce fait.

2. — Le diamètre des spires circulaires tend à augmenter. Toutefois, ainsi que nous venons de le voir, le frettage n'est pas toujours nécessaire.

3. — Les forces qui s'exercent sur les conducteurs tendent à les dérouler. Leurs extrémités doivent donc être solidement fixées.

4. — Les parties rectilignes placées dans des régions où le champ magnétique est intense sont soumises à des efforts de flexion.

Toutefois, malgré cette similitude des problèmes qui se posent à propos du frettage et de l'immobilisation des conducteurs, les difficultés sont plus gran-

des pour les conducteurs immergés que dans le cas des conducteurs tubulaires. En effet, la pression que subit l'isolant dans le cas des conducteurs immergés est grande, puisqu'il ne doit jamais recouvrir qu'une faible fraction de la surface refroidie du conducteur.

### d) Différents modes de circulation de l'eau

La circulation du liquide peut s'effectuer perpendiculairement à l'axe de la bobine, ou parallèlement à cet axe.

1. *Circulation perpendiculaire à l'axe.* — Les conducteurs sont alors enroulés de manière à constituer des « galettes » entre lesquelles l'eau circule. Les figures 54, 55 et 56 indiquent quelques exemples de ce mode de circulation.

Dans le système indiqué sur la figure 54, l'eau coule entre les « galettes », suivant les rayons. Elle s'échappe ensuite parallèlement à l'axe, le long du tube central, vers les deux extrémités. Ce dispositif

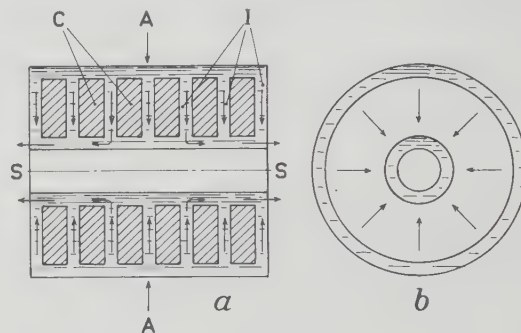


FIG. 54.

a: coupe longitudinale.

A: arrivée de l'eau.

S: sortie de l'eau.

C: enroulements conducteurs.

I: cales isolantes entre lesquelles l'eau circule.

b: coupe transversale.

nécessite malheureusement un canal d'écoulement de section assez importante autour du tube central, surtout lorsque la bobine est longue. Le volume de ce canal nécessite de supprimer quelques spires de faible diamètre, qui sont les plus avantageuses. En effet, pour un champ magnétique donné produit sur l'axe, ce sont elles qui consomment la puissance la plus faible. Toutefois, cet inconvénient n'intervient à peu près pas dans le cas des bobines courtes et d'assez grand diamètre intérieur (40 mm ou plus).

Le dispositif de la figure 55 permet de réduire le diamètre extérieur du canal central d'écoulement, en réalisant entre les « galettes » une circulation radiale — alternativement centripète et centrifuge — du liquide.

Le mode de circulation indiqué sur la figure 56 est simple. Mais il n'assure pas un refroidissement très efficace des spires centrales, en raison des tourbillons qui se forment derrière le canal central. Il

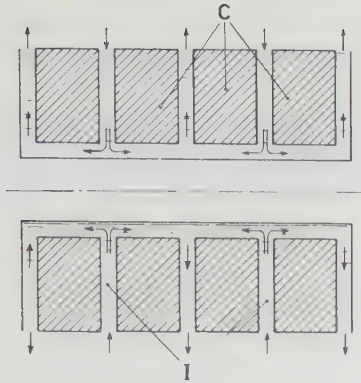


FIG. 55. — Coupe longitudinale.  
C : enroulements conducteurs.  
I : cales isolantes entre lesquelles l'eau circule

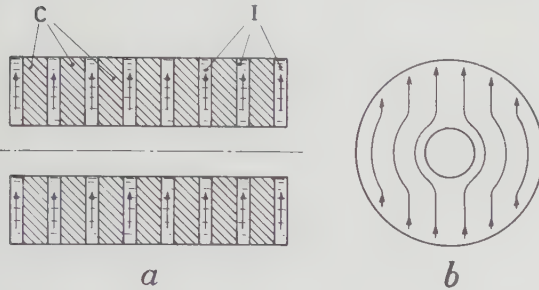


FIG. 56.  
a : coupe longitudinale.  
C : enroulements conducteurs.  
I : cales isolantes entre lesquelles l'eau circule.  
b : coupe transversale.

est donc inutilisable si la densité de courant est grande dans ces spires.

2. *Circulation parallèle à l'axe.* — Les conducteurs sont disposés par couches coaxiales entre lesquelles l'eau circule. Sur une même couche, ils sont séparés les uns des autres, suivant leurs faces non refroidies, par une pellicule isolante qui peut être continue (vernis), ou discontinue (fil enroulé autour du conducteur, bandes isolantes). Les couches successives entre lesquelles l'eau circule sont séparées par des bandes étroites ou des fils isolants disposés parallèlement à l'axe.

#### e) Enveloppe et connexions

La construction de l'enveloppe est une des principales difficultés dans le cas des enroulements à conducteurs immergés. Elle doit en effet satisfaire à plusieurs conditions :

- gêner le moins possible les mesures que l'on se propose d'effectuer ;
- résister mécaniquement à la pression, quelquefois assez élevée, du liquide de refroidissement ;
- être parfaitement étanche sous cette pression ;
- ne permettre aucun court-circuit entre les différentes parties de la bobine ;

— assurer des connexions de très faible résistance électrique entre les extrémités de l'enroulement et les barres d'alimentation.

Aucune solution ne peut convenir à n'importe quel enroulement, puisque la forme de l'enveloppe, la disposition des connexions électriques et des arrivées d'eau dépendent du type de bobine et du mode de circulation du liquide. Quelques exemples sont donnés par Fortrat et Dejean [54], B. Tsai [19], F. Bitter [51], G. Wind et M. Schérer [20], J. M. Daniels [4]. Nous décrivons également ci-dessous les solutions que nous avons réalisées.

## RESUME DE LA CINQUIEME PARTIE

Nous avons rappelé tout d'abord les caractéristiques que doit posséder un enroulement. La réalisation de l'appareil pose souvent d'assez grosses difficultés.

Les bobines à conducteurs tubulaires permettent un isolement facile et sûr. Elles se prêtent, dans une certaine mesure, à une variation convenable de la densité de courant. De plus, aucune enveloppe n'est nécessaire. L'appareil peut être prévu en fonction de la tension d'alimentation et de l'intensité dont on dispose. Par contre l'immobilisation des conducteurs et leur refroidissement sont difficiles lorsque la densité de courant est très élevée. Le fractionnement du tube en sections courtes est alors nécessaire. L'enroulement peut s'effectuer par couches ou par galettes.

Les bobines à disques épais et percés de conduits tubulaires sont robustes et d'une construction assez simple. L'isolement et l'immobilisation des disques sont faciles et le fretage n'est pas nécessaire. Il n'y a pas non plus besoin d'enveloppe. Mais l'alimentation nécessite une très forte intensité sous basse tension. Sauf précaution spéciale, la densité de courant doit rester assez modérée.

Les bobines à disques percés de trous, avec circulation axiale de l'eau présentent de nombreux avantages : l'isolement et l'immobilisation des disques n'offrent pas de trop grosses difficultés. Le fretage n'est généralement pas nécessaire. L'enveloppe est assez simple. On peut construire l'appareil en fonction de la tension d'alimentation et de l'intensité dont on dispose. Le refroidissement est satisfaisant et, si l'appareil est prévu dans ce but, il peut fonctionner à régime poussé. Ce mode de construction, comme le précédent, permet de réaliser des répartitions de la densité de courant de la forme  $i = \frac{i_0}{y}$

ou  $i = \frac{i_0}{y} f(x)$ , et d'obtenir ainsi une économie de puissance, ou une meilleure uniformité du champ, ou de satisfaire une autre condition.

Les bobines à conducteurs immergés se prêtent très facilement à une variation appropriée de la densité de courant. On peut facilement adapter l'appareil à la tension et à l'intensité que peuvent fournir la source d'énergie dont on dispose. On peut réaliser un excellent refroidissement, permettant d'adopter des densités de courant très élevées. Par contre, une enveloppe est indispensable. De plus, l'isolement et surtout l'immobilisation des conduc-

teurs sont assez difficiles. Les effets des forces électromagnétiques peuvent être dangereux en régime très poussé.

En définitive, le choix du mode de construction dépend du problème particulier que l'on considère, et de l'importance relative que l'on attribue de ce fait aux avantages et aux inconvénients de chaque méthode.

## DESCRIPTION DE QUELQUES ENROULEMENTS RÉALISÉS AU LABORATOIRE

## BOBINE N° 1

Nous avons adopté pour cette bobine une loi simple de répartition de la densité de courant :  $i = \frac{i_0}{y}$ .

Nous disposions à ce moment de deux groupes convertisseurs pouvant fournir au maximum 8 000 A sous 250 V, pour l'alimentation de l'enroulement. Les dimensions extérieures de celui-ci ayant été choisies, les valeurs des sections des conducteurs (en cm<sup>2</sup>) étaient donc à peu près fixées entre certaines limites, sur chaque couche. Mais nous pouvions encore agir sur la forme de la section de chaque conducteur. Nous avons mis à profit cette possibilité pour satisfaire uniformément dans tout l'enroulement la deuxième condition de refroidissement, qui est ici la plus restrictive. Si nous considérons une couche refroidie simultanément sur sa face interne de rayon  $y$  et sur sa face externe de rayon  $y + \Delta y$  (fig. 57), la deuxième condition s'écrit, en désignant par  $i$  la densité de courant le long de la face interne de rayon  $y$  :

$$\frac{W}{S + (S + \Delta S)} = \frac{\rho i^2 y^2 \log_e \frac{y + \Delta y}{y}}{\gamma (2y + \Delta y)} \leq 200 \text{ W/cm}^2$$

ou, en remarquant que  $i \cdot y = i_0$  :

$$\frac{\log_e \frac{y + \Delta y}{y}}{\gamma (2y + \Delta y)} \leq \frac{200}{\rho i_0}$$

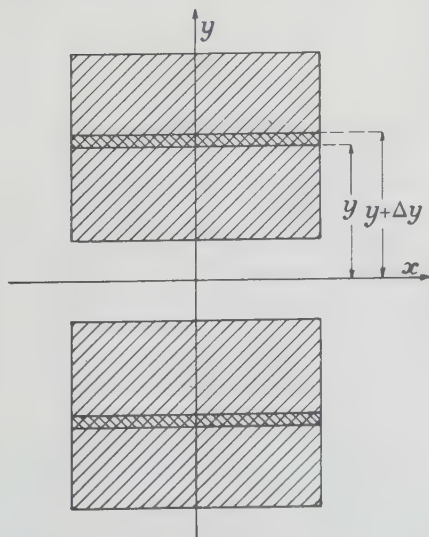


FIG. 57.

TABLEAU VII

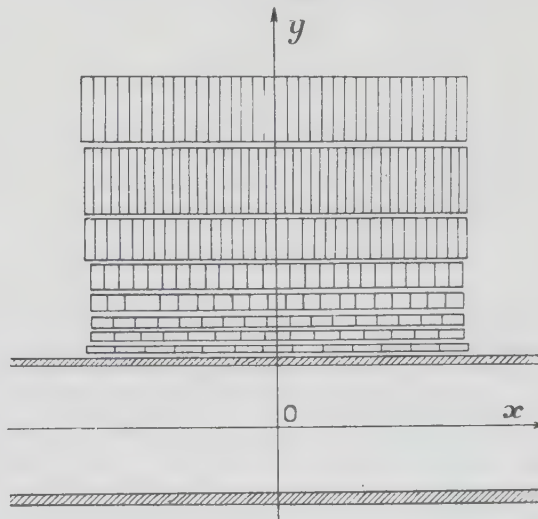
| Nombre de spires | $\Delta x$ | $\Delta y$ | $y$  |
|------------------|------------|------------|------|
| 13               | 0,78       | 0,18       | 2,10 |
| 15               | 0,66       | 0,24       | 2,38 |
| 17               | 0,58       | 0,32       | 2,72 |
| 21               | 0,47       | 0,46       | 3,14 |
| 26               | 0,38       | 0,68       | 3,70 |
| 34               | 0,30       | 1,06       | 4,48 |
| 44               | 0,23       | 1,80       | 5,64 |
| 34               | 0,30       | 1,74       | 7,54 |

Le tableau VII donne les valeurs de  $y$ , de  $\Delta y$  et de  $\Delta x$  en centimètres pour les diverses couches. Ces valeurs satisfont simultanément à l'équation ci-dessus

et à la condition :  $i = \frac{i_0}{y}$ .

Elles ont été calculées de telle sorte que l'intensité du courant qui parcourt l'enroulement ne dépasse pas 6 000 A, toutes les spires étant connectées en série.

Les spires d'une même couche sont isolées sur leurs faces en contact avec du vernis. Par contre, elles sont décapées sur leurs faces refroidies. Deux couches voisines sont séparées par des cales de fibre de 1 mm d'épaisseur et de 2 mm de largeur, disposées parallèlement à l'axe, de manière à ne pas gêner la circu-

FIG. 58. — Demi-coupe longitudinale de l'enroulement  
Echelle : 1/2.

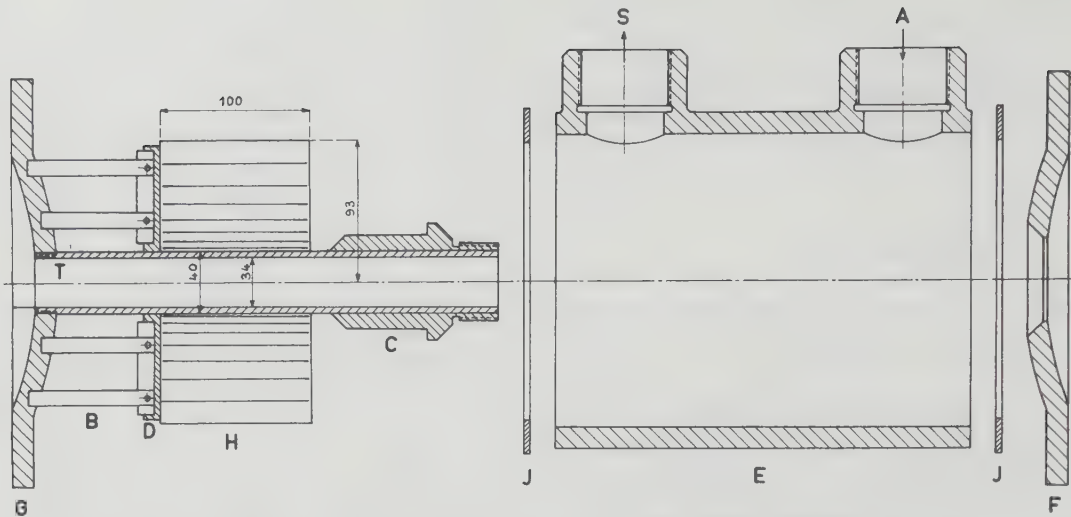


FIG. 59. — Coupe longitudinale de la bobine avant montage.

|                       |                      |                                 |
|-----------------------|----------------------|---------------------------------|
| A : arrivée d'eau.    | E : enveloppe.       | H : enroulement.                |
| B : butées en laiton. | F : flasque avant.   | J : joints isolants plastiques. |
| D : cales en fibre.   | G : flasque arrière. | S : sortie d'eau.               |

lation de l'eau. L'enroulement est fait autour d'un tube de laiton T (fig. 58 et 59), de 34 mm de diamètre intérieur, qui constitue le canal de la bobine. Sur le tube T est soudé un cône C en laiton, portant un filetage. L'extrémité de l'enroulement située près de l'axe est brasée sur ce cône, qui établit le contact électrique avec la plaque terminale avant (fig. 60 et 61). L'autre extrémité de l'enroulement est reliée par plusieurs vis à l'enveloppe après montage. La différence de potentiel est donc appliquée entre le corps de l'enveloppe et la plaque terminale avant, qui sont respectivement connectés aux deux barres d'alimentation. Après montage de la bobine, huit tiges de fixation maintiennent et réunissent les plaques terminales. Ces tiges sont isolées par rapport au corps de l'enveloppe. Le cône C, en laiton, est serré contre la plaque avant par l'écrou E, ce qui établit un excellent contact électrique, étanche à l'eau. Les résistances de contacts sont très faibles. Celle de l'enroulement est 0,026 ohm à froid. Les figures 62, 63 et 64 sont des photographies de l'appareil. La figure 62 montre les différentes parties avant montage. La figure 63 représente la bobine montée, avant son introduction dans l'enveloppe. La figure 64 est une vue extérieure de l'appareil terminé.

Les pompes d'alimentation en eau peuvent fournir jusqu'à 12 litres par seconde sous environ 15 kg/cm<sup>2</sup>. L'eau provient d'une citerne et doit être filtrée pour éviter l'engorgement de la bobine. L'enveloppe et les plaques terminales, en formes de calottes sphériques, ont été calculées pour supporter la pression. Six butées en laiton, dotées de cales isolantes en fibre, évitent le glissement de la bobine le long de l'axe, dans le sens du courant d'eau.

La bobine supporte, en régime permanent, une intensité de 6 000 A sous 130 V, et produit alors un champ de 60 000 oersteds que nous avons mesuré au fluxmètre.

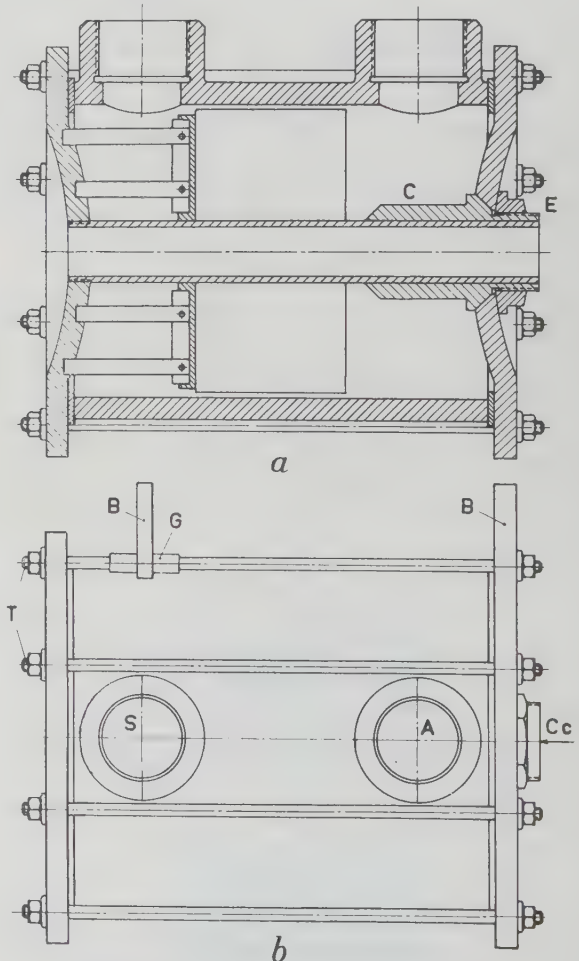


FIG. 60. — Bobine dans son enveloppe.

a : coupe longitudinale.  
b : vue extérieure en plan.

|                                     |                        |
|-------------------------------------|------------------------|
| A : arrivée d'eau.                  | G : gaine isolante.    |
| B : vers les barres d'alimentation. | S : sortie d'eau.      |
| C : canal central.                  | T : tiges de fixation. |

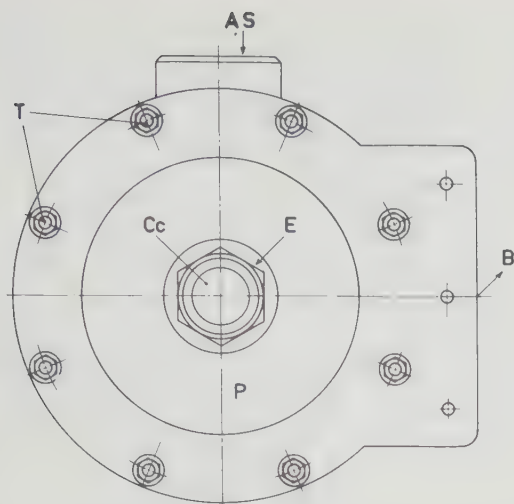


Fig. 61. — Bobine dans son enveloppe, vue extérieure en bout.  
(côté plaque terminale avant).

AS : circulation d'eau.  
B : vers les barres d'alimentation.  
C : canal central.  
T : tiges de fixation.

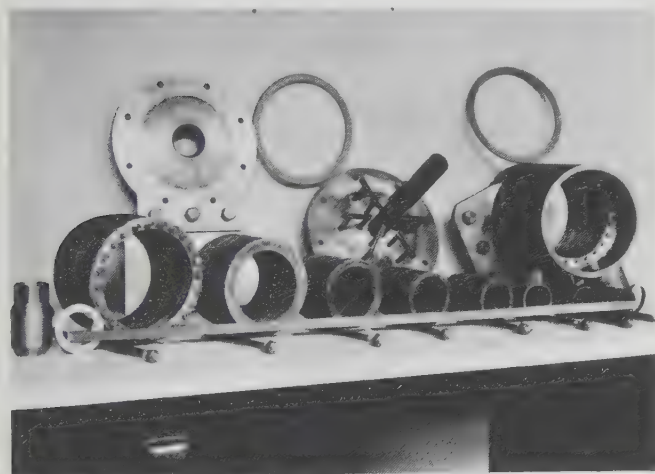


Fig. 62.

## BOBINE N° 2

La bobine n° 2 comporte une répartition des densités de courant un peu moins favorable que la bobine n° 1, c'est-à-dire qu'elle consomme un peu plus de puissance pour une même valeur du champ magnétique obtenu. Mais elle est de construction plus simple. Elle comprend deux enroulements coaxiaux. Pour chacun d'eux, la densité de courant est constante.

La bobine centrale est constituée par une bande de cuivre électrolytique recuit de 0,8 mm d'épaisseur et de 26 mm de largeur. Cette bande est isolée suivant la méthode préconisée par B. Tsai et déjà décrite ci-dessus (fil de nylon enroulé à spires non jointives autour de la bande, et permettant le pas-

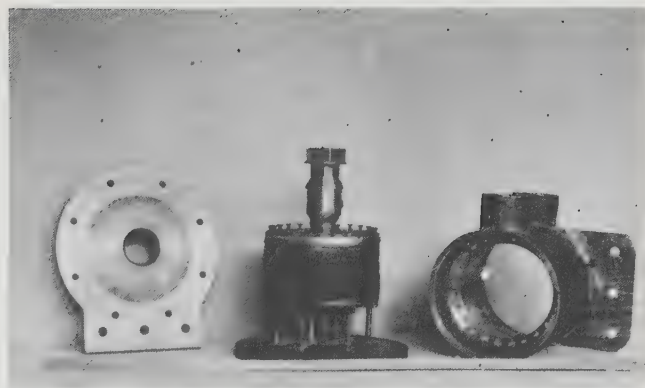


Fig. 63.

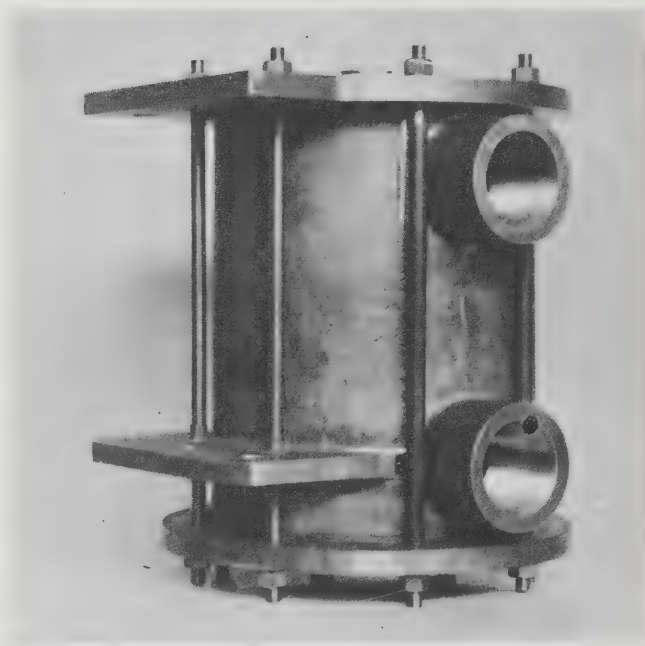


Fig. 64.

sage de l'eau, tout en assurant l'isolement). Elle est ensuite enroulée en hélices alternativement droites et gauches, (18 au total) chacune comprenant environ quatre spires. La principale difficulté résidait dans le passage d'une couche à l'autre, en raison du changement de signe du pas de l'hélice. Il fallait aussi que l'enroulement comporte des extrémités planes et que les vides soient réduits au minimum nécessaire à la circulation de l'eau et à l'isolement des conducteurs. La question a été résolue en repliant la bande obliquement (fig. 65), la longueur de pliage étant égale au périmètre du cercle de projection de l'hélice. Cette méthode permet de faire monter la bande d'une couche sur l'autre, tout en changeant le sens d'enroulement de l'hélice. Les caractéristiques de la bobine intérieure sont : longueur

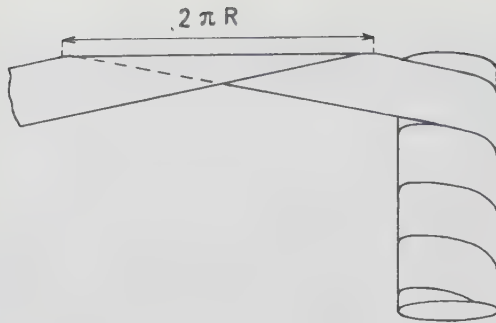


FIG. 65.

110 mm, diamètre intérieur 40 mm, diamètre extérieur 90 mm, nombre de couches 18.

La bobine extérieure utilise le procédé de construction déjà indiqué. Le conducteur est constitué par quatre fils en parallèles à section carrée de 3,2 mm de côté, ce qui correspond à une section totale de 40 mm<sup>2</sup> environ. Ils sont entourés tous ensemble d'un fil de nylon. Au voisinage des faces terminales, les quatre fils montent successivement d'une couche sur l'autre, comme le montre la figure 46. Les caractéristiques de l'enroulement extérieur sont : longueur 110 mm, diamètre intérieur 90 mm, diamètre extérieur 190 mm, nombre de couches 11.

A froid, la résistance totale de l'ensemble est d'environ 0,026 ohm. Le régime de fonctionnement maximum de cette bobine est de 7 000 A sous 190 V. Elle fournit alors un champ de 70 000 oersteds en son centre. Dans ces conditions, la densité de courant dans la bobine centrale est d'environ 34 000 A/cm<sup>2</sup>, tandis qu'elle est de 17 200 A/cm<sup>2</sup> dans la bobine extérieure. L'épaisseur des couches, dans chacune des deux bobines, a été déterminée de telle sorte que la deuxième condition de refroidissement soit satisfaite (puissance dissipée inférieure à 200 W/cm<sup>2</sup>).

L'enveloppe et les connexions utilisées pour cette bobine sont à peu près les mêmes que pour la bobine n° 1. L'alimentation en eau s'effectue de la même façon.

Le tableau VIII indique la variation le long de l'axe de la bobine, des valeurs calculées du champ magnétique produit, exprimées en % du champ au centre, en fonction de la distance au centre, exprimée en centimètres.

TABLEAU VIII

| Distance | Champ (%) | Distance | Champ (%) | Distance | Champ (%) |
|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|
| 0        | 100       | 3        | 89,5      | 6,5      | 46,7      |
| 0,5      | 99,6      | 3,5      | 85,0      | 7,5      | 35,6      |
| 1        | 98,8      | 4        | 80,5      | 9,5      | 21,3      |
| 1,5      | 97,4      | 4,5      | 74,1      | 12,5     | 9,9       |
| 2        | 95,5      | 5        | 67,9      | 18,5     | 3,6       |
| 2,5      | 92,9      | 5,5      | 61,0      | 29,5     | 0,9       |

On voit qu'au voisinage du centre, l'uniformité du champ est très satisfaisante. Bien entendu, il serait possible de l'améliorer encore en utilisant une répartition appropriée. Par contre, en dehors de la bobine, le champ décroît très rapidement.

### BOBINE N° 3

Dans cette bobine, la construction a été réalisée de telle sorte que la densité de courant soit constante sur une même couche, mais qu'elle varie d'une couche à l'autre approximativement suivant la loi :

$$i = \frac{i_0 x_1}{y \sqrt{x_1^2 + y^2}},$$

(exemple n° 1c envisagé dans la première partie de ce travail). Pour les diverses couches, le quotient de la puissance consommée dans la couche par la valeur du champ magnétique produit au centre est à peu près constant.

L'enroulement comprend six sections différentes de conducteurs. Le tableau IX indique leur répartition.

TABLEAU IX

| Section du conducteur (en mm) | Nombre de couches | Nombre de spires sur chaque couche |
|-------------------------------|-------------------|------------------------------------|
| $1,2 \times 7$                | 3                 | 14                                 |
| $2 \times 5$                  | 3                 | 20                                 |
| $4 \times 4$                  | 3                 | 25                                 |
| $5 \times 5$                  | 3                 | 20                                 |
| $6 \times 6$                  | 2                 | 16                                 |
| $7,5 \times 7,5$              | 2                 | 13                                 |

Compte tenu des intervalles nécessaires pour la circulation de l'eau et pour l'isolement des conducteurs, les dimensions de la bobine terminée sont environ : diamètre intérieur 40 mm ; diamètre extérieur 195 mm ; longueur 105 mm. L'enveloppe utilisée est la même que pour les bobines 1 et 2. Mais le dispositif d'immobilisation des conducteurs est complété par une deuxième série de six butées en laiton, dotées de cales isolantes en fibre. Ces butées sont fixées sur une plaque mobile que l'on assujettit après montage de la bobine, au moyen de deux demi-bagues et de six grosses vis sur le cône de laiton porté par le tube central (fig. 66).

Cet enroulement a fourni à peu près le même champ magnétique que la bobine n° 2, avec une consommation un peu plus faible. Toutefois, comme il est à peu près de règle avec les bobines à conducteurs enroulés, fonctionnant à régime très poussé, les

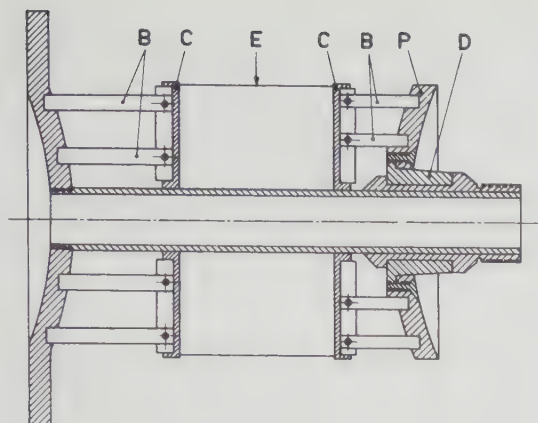


FIG. 66.

C : cales en fibre.  
 B : butées en laiton.  
 D : demi-bague.  
 E : enroulement.  
 P : plaque mobile.

énormes efforts électro-magnétiques déforment les conducteurs et entraînent des courts-circuits en cas de surcharge.

### ENROULEMENT A SPIRALES DECOUPEES

Cet enroulement était une maquette destinée seulement à essayer ce mode de construction qui paraît assez intéressant. Des plaques de cuivre électrolytique identiques, au nombre de dix dans le cas présent, sont découpées ensemble à la scie mécanique à ruban, suivant des spirales (fig. 67). Les plaques découpées sont ensuite superposées après avoir retourné une plaque sur deux, afin d'avoir des spirales alternativement droites et gauches. Les extrémités libres des spirales sont alors brasées deux à deux afin de constituer un enroulement continu. Ce mode de construction simple évite d'avoir à faire étirer des fils de dimensions spéciales. De plus, il permet

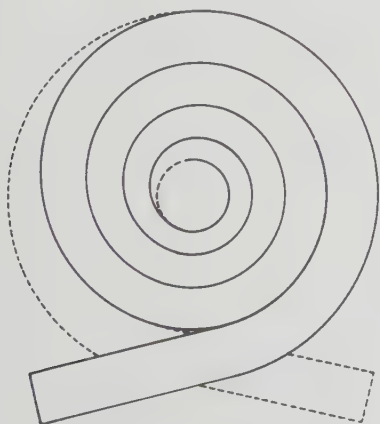


FIG. 67.

de faire varier très aisément la densité de courant aux différents points de l'enroulement et se prête particulièrement bien à la circulation de l'eau perpendiculairement à l'axe de la bobine, puisque les « galettes » sont spontanément constituées. Par contre, l'isolement est moins facile qu'avec des conducteurs enroulés. De plus, les spirales étant alternativement droites et gauches, les intervalles de refroidissement ne se correspondent pas exactement lorsque la circulation de l'eau s'effectue parallèlement à l'axe.

Les caractéristiques de la maquette d'enroulement que nous avons réalisée sont les suivantes : diamètre extérieur 100 mm environ ; diamètre du canal 18 mm ; longueur 50 mm. L'enroulement comprend dix galettes de chacune quatre spires. Résistance totale de l'enroulement :  $2 \times 10^{-3}$  ohm.

### REMARQUE

Ces différents appareils ont été construits, il y a déjà plusieurs années, avant l'étude de la bobine proposée dans la première partie (n° 1d) et dans la publication déjà citée [53]. Elle permettrait de conserver les avantages des bobines Bitter tout en réalisant une nouvelle économie de près de 22 % dans la puissance consommée. Elle serait donc bien préférable aux enroulements décrits ci-dessus.

### RESUME ET CONCLUSION

Nous souhaitons que cette étude systématique des bobines alimentées en régime permanent, et destinées à la production d'un champ magnétique très intense dans un volume réduit facilite le choix et la réalisation d'enroulements bien adaptés aux mesures que l'on se propose d'effectuer.

Nous avons discuté les avantages et les inconvénients des bobines sans fer et des bobines supplémentaires pour électroaimants. Leur domaine d'application, déjà très vaste, peut encore s'étendre.

Des formules générales et des abaques permettent de choisir, dans les cas envisagés, la forme extérieure et les répartitions les plus favorables de la densité de courant et de calculer toutes les caractéristiques de la bobine.

Une répartition nouvelle particulièrement avantageuse est proposée.

Le refroidissement correct des conducteurs, étudié ensuite, nécessite trois conditions :

- le débit de fluide servant au refroidissement doit être suffisant pour que sa température, en aucun point, ne s'élève exagérément ;
- la puissance dissipée par unité de surface de

contact entre le métal et le fluide ne doit pas dépasser une valeur limite;

— la température du conducteur n'étant pas uniforme, elle ne doit nulle part atteindre une valeur exagérée.

Les conditions de stabilité du fonctionnement sont étudiées et nous avons discuté le choix du fluide servant au refroidissement. Les limites d'emploi, imposées par les trois conditions énoncées ci-dessus, ont été établies pour les différents types d'enroulement. Des tableaux et des abaques ont été dressés dans les différents cas. La répartition des températures dans les conducteurs a été déterminée.

Des conducteurs minces permettent d'atteindre des valeurs très élevées de la densité de courant dans le métal, mais, en régime permanent, la densité *moyenne* de courant dans une portion de l'enroulement est limitée en raison du volume inévitable occupé par l'isolant et par les orifices de circulation du liquide. Cette densité moyenne limite peut être évaluée.

Vient ensuite un calcul donnant les efforts électromagnétiques qui s'exercent sur les conducteurs. Ces efforts doivent être soigneusement envisagés, car ils peuvent entraîner : soit des courts-circuits dans l'enroulement, par détérioration des isolants, soit même la rupture des conducteurs.

Les considérations développées dans la quatrième partie permettent de prévoir l'influence d'une variation de l'intensité du courant d'alimentation sur les conditions de fonctionnement et aussi de déterminer les caractéristiques d'une grosse bobine, connaissant celles d'une maquette facile à construire et économique. On montre, en particulier, que, pour un type d'enroulement déterminé, en augmentant toutes les dimensions linéaires dans un même rapport :

— d'une part, on augmente l'encombrement, la masse, le prix de l'appareil, ainsi que la puissance nécessaire pour produire un *champ magnétique* donné ;

— mais, par contre, on diminue la puissance nécessaire pour obtenir une différence de potentiel magnétique donnée entre deux points homologues, on augmente le volume disponible pour les expériences, on diminue la densité de courant nécessaire pour produire un champ magnétique donné (donc on améliore la sécurité du fonctionnement), on augmente le champ maximum que peut fournir l'appareil.

L'étude de quelques modes de construction pratique des bobines met en évidence les domaines d'utili-

sation de chaque type d'appareil, ses avantages et ses inconvénients. Quelques exemples numériques précisent l'ordre de grandeur des principales caractéristiques de diverses bobines. Nous décrivons également quelques enroulements réalisés au laboratoire. L'un de ceux-ci a permis d'obtenir en régime permanent un champ magnétique de 70 000 oersteds dans un volume de l'ordre de 20 centimètres cubes en consommant une puissance de 1 300 kW (7 000 A sous 190 V). Le nouveau mode de répartition et de construction proposé apporterait une importante amélioration.

En résumé, les bobines sans fer, qui sont déjà d'un emploi parfois très commode pour l'obtention des champs magnétiques moyens ou intenses, fournis par les électroaimants avec fer (entre 0 et 50 000 Oe environ) sont le seul moyen actuel permettant d'obtenir, dans un volume de plusieurs centimètres cubes, un champ permanent pouvant atteindre 100 000 oersteds.

Elles laissent espérer une augmentation encore très notable, mais non illimitée, de l'intensité de ces champs magnétiques *permanents*. Même indépendamment de la consommation prohibitive de puissance, le refroidissement et les efforts électromagnétiques sur les conducteurs introduisent des limitations strictes.

Pour terminer, nous pensons utile de rappeler quelques-unes des caractéristiques que doit posséder un tel appareil :

— être bien adapté aux mesures que l'on se propose d'effectuer ;

— aux points de vue tension et intensité, rester dans les limites de ce que peut fournir le générateur en régime permanent ;

— consommer une puissance aussi faible que possible, en tenant compte des autres facteurs ;

— fonctionner avec une grande marge de sécurité à l'égard des trois conditions de refroidissement ;

— être de construction relativement simple et très robuste ;

— supporter facilement, même en cas de surcharge momentanée, les énormes efforts électromagnétiques auxquels il est soumis.

Ainsi que nous l'avons signalé, les performances et les conditions de fonctionnement sont tout à fait différentes pour les bobines utilisées en régime transitoire.

- [1] ROSENBLUM S. et TSAÏ B. — *J. Rech. C.N.R.S.*, 1946, **1**, 17-22.
- [2] DREYFUS L. — Uppsala University's New Electro, Magnet and other Large Magnets, *Asea Journal*, 1935, **12**, 8-16.
- [3] COTTON A. et DUPOUY G. — *C. R. Ac. Sci.*, 1930, **190**, 544-7.
- [4] DANIELS J. M. — *Proc. Phys. Soc.*, 1953, **66 B**, 921-8.
- [5] GUILLAUD Ch. — Thèse, Strasbourg 1943, Gauthier-Villars éd.
- [6] TROMBE F. — *Ann. de Phys.*, 1937, 11<sup>e</sup> Série, **7**, 385-419.
- [7] VAUTIER R. — *Ann. de Phys.*, 1954, **9**, 322-72.
- [8] ALERS P. B. et WEBBER R. T. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 1060-5.
- [9] POWELL C. F. et ROSENBLUM S. — *Nature*, 1948, **161**, 473.
- [10] JACQUINOT P. et BROCHARD J. — *C. R. Ac. Sci.*, 1946, **223**, 507-8.
- [11] BECQUEREL H. — *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1880, 5<sup>e</sup> Sér., **21**, 289-370.
- [12] SIERTSEMA. — *Comm. Leiden*, 1896, n° 31.
- [13] GABIANO P. — *Ann. de Phys.*, 1933, **20**, 68-131.
- [14] COTTON A. et TSAÏ B. — *C. R. Ac. Sci.*, 1934, **198**, 1889-93.
- [15] NAGEOTTE E. — *C. R. Ac. Sci.*, 1945, **220**, 557-9.
- [16] BASTIN E., BECKER J., CHANSON P., NAGEOTTE E. et TREILLE P. — *J. Phys. Rad.*, 1950, **11**, 273-83.
- [17] GRÉGOY B., LAGARRIGUE A., LEPRINCE-RINGUET L., MULLER F. et PEYROU C. — *J. Phys. Rad.*, 1954, **15**, 9 S.
- [18] FRETTER W. B., GREGORY B. P., JOHNSTON R., LAGARRIGUE A., MEYER H., MULLER F. et PEYROU C. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1583-4 (L).
- [19] TSAÏ B. — Thèse, Paris 1955, inédite.
- [20] WIND G. et SCHÉRER M. — *J. Phys. Rad.*, 1955, **16**, 92-6.
- [21] GAUME F. — *J. Rech. C.N.R.S.*, 1951, **3**, 269-80.
- [22] FANSELAU. — *Zeits. f. Phys.*, 1929, **54**, 260-9.
- [23] MAC KEEHAN L. W. — *Rev. Sci. Instr.*, 1936, **7**, 150 et 1939, **10**, 371.
- [24] HAK J. — *Archiv. f. Elektrotechnik*, 1936, **30**, 736-45.
- [25] NEUMANN H. — *Archiv. f. Techn. Messen*, 1940, **113**, z. 60-1 et 1941, **115**, z. 60-3.
- [26] SAUTER A. F. — *Zeits. f. Phys.*, 1944, **122**, 120-36.
- [27] RUBENS S. M. — *Rev. Sci. Instr.*, 1945, **16**, 243.
- [28] LIN S. T. et KAUFMANN A. R. — *Rev. of Modern Phys.*, 1953, **25**, 182-90.
- [29] PONTIER J. — *L'Onde Electr.*, 1955, **35**, 481-4.
- [30] BERGER W. et BUTTERWECK H. J. — *Archiv. f. Elektrotechnik*, 1956, **42**, 216-22.
- [31] BACON R. H. — *Rev. Sci. Instr.*, 1936, **7**, 423-5.
- [32] KAPITZA P. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1924, **105 A**, 691-708.
- [33] KAPITZA P. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1927, **115 A**, 658-81.
- [34] KAPITZA P. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1928, **119 A**, 358-443.
- [35] KAPITZA P. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1929, **123 A**, 292-372 et 1930, **126 A**, 683-95.
- [36] KAPITZA P. et SKINNER. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1925, **109 A**, 224.
- [37] KAPITZA P. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1926, **106 A**, 602-22.
- [38] KAPITZA P. et WEBSTER. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1931, **132 A**, 442-59.
- [39] TANABÉ Y. — *Sc. Rep. Research Inst. Tohoku Univ.*, 1949, **1 A**, 267-82; 1950, **2 A**, 341-51 et 1950, **2 A**, 531-48.
- [40] RAOULT G. — *Ann. de Phys.*, 1949, 12<sup>e</sup> Série, **4**, 369-421.
- [41] DE HAAS W. J. et WESTERDIJK J. B. — *Nature*, 1946, **158**, 271.
- [42] MEYERS W. R. — *J. Sci. Instr. G. B.* — 1950, **30**, 237.
- [43] CHAMPION K. S. W. — *Proc. Phys. Soc. London*, 1950, **63 B**, 795.
- [44] OLSEN J. L. — *Helv. Phys. Acta*, 1953, **26**, 798.
- [45] SCHOENBERG D. — *Nature*, 1952, **170**, 569.
- [46] FONER S. et KOLM H. H. — *Rev. Sci. Instr.*, 1956, **27**, 547.
- [47] FURTH H. P. et WANIEK R. W. — *Rev. Sci. Instr.*, 1956, **27**, 195.
- [48] DURAND E. — *Electrostatique et Magnétostatique*, 1953, Masson et Cie éd.
- [49] FABRY. — *J. Phys.*, 1910, Série 4, **9**, 129.
- [50] COCKROFT J. D. — *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 1928, **227 A**, 317.
- [51] BITTER F. — *Rev. Sci. Instr.*, 1936, **7**, 479-81; 1936, **7**, 482-88; 1937, **8**, 318-9 et 1939, **10**, 373-81.
- [52] COTTON A. — *La Nature*, 1937, **65 II**, 242.
- [53] GAUME F. — Brevet C.N.R.S.
- [54] FORTRAT R. et DEJEAN P. — *C. R. Ac. Sci.*, 1923, **177**, 627.
- [55] GAUME F. — *J. Rech. C.N.R.S.*, 1947, **1**, 137-45.
- [56] GAUME F. — *J. Rech. C.N.R.S.*, 1948, **2**, 178-96.
- [57] DESLANDRES H. et PÉROT A. — *C. R. Acad. Sci.*, 1914, **158**, 226.
- [58] DESLANDRES H. et PÉROT A. — *C. R. Acad. Sci.*, 1914, **159**, 438.
- [59] COTTON A. — Champs magnétiques constants. Rapport extrait du VI<sup>e</sup> Conseil de Physique, Bruxelles, 20-25 octobre 1930.
- [60] PERRIN J. — Séance du 19 avril 1907 de la Société Française de Physique.
- [61] COLLINS S. C. — *Technical Report n° 1*, ONR contract N5 ori-78, 1950, **T. O. XXIII**.
- [62] FRITZ J. J. et JOHNSTON H. L. — *Rev. Sci. Instr.*, 1950, **21**, 416-20.
- [63] SMART Jr J. S., SMITH A. A. et PHILLIPS A. J. — *Trans. of Amer. Inst. of Mining and Metallurgical Eng.*, 1941, **143**, 272-86.
- [64] LAQUER H. L. — *Proc. Instr. Soc. America*, 1956, **11**, paper n° 56-16.
- [65] LAQUER H. L. — *Proc. Cryogenic Eng. Conference*, Boulder (Colorado), 1956, n° D-1.
- [66] BACHERT P. — *Elektrotechnische Z.*, 1940, **61**, 51.
- [67] FREED S. — *Rev. Sci. Instr.*, 1940, **11**, 117.
- [68] COTTON A. et TSAÏ B. — *C. R. Ac. Sci.*, 1934, **198**, 1889-93.
- [69] WEISS P. — *C. R. Ac. Sci.*, 1913, **156**, 1970.
- [70] JUSTI. — *Phys. Z.*, 1945, n° 13-15, 244-58.
- [71] COTTON A., MABBOUX G. et PICARD E. — *Recherches et Inventions*, 1928, **9**, 453-524.
- [72] HADER. — *Siemens Z.*, 1930, **10**, 481-85.
- [73] SOMEDA G. et MESLIN M. — *Il Nuovo Cimento*, 1954, **11**, 73.

**DEUXIÈME THÈSE**

**Propositions données par la Faculté :**

**Variation thermique de l'effet Faraday  
de l'oxygène.**

**Influence de la dilution dans l'azote.**

**Vu et approuvé :**

*Paris, le 26 mai 1956*

**LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,  
J. PERES**

**Vu et permis d'imprimer**

**LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,  
JEAN SARRAILH**







